UBND TỈNH BẮC NINH

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM

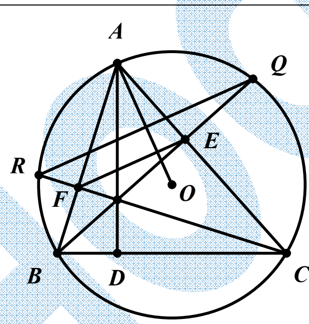
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN

Năm học 2012 – 2013

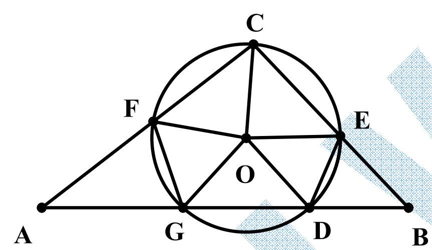
Môn thi: Toán *(Dành cho thí sinh thi vào chuyên toán, tin)*

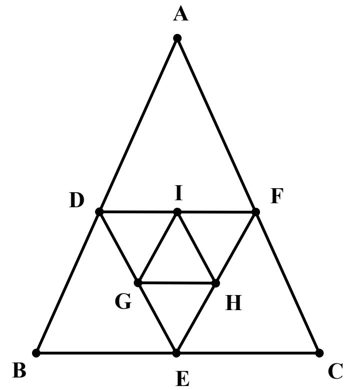
Bài	Đáp án	Điểm
1 *(2,5 điểm)*	**1/ Rút gọn biểu thức sau:** $A=\sqrt{4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}}-\sqrt{4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$ **.**	***1,5***
	Nhận xét rằng $A<0$.	0,25
	$A^2=4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}+4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}-2\sqrt{\left(4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right)\left(4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right)}$	0,25
	$=8-2\sqrt{6+2\sqrt{5}}$	0,25
	$=8-2\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}$	0,25
	$=6-2\sqrt{5}=\left(\sqrt{5}-1\right)^2$.	0,25
	Vậy $A=1-\sqrt{5}$	0,25
	Giải phương trình: $x^2+\sqrt{x^2-2x-19}=2x+39$ **(*)**	***1,0***
	Đặt $t=\sqrt{x^2-2x-19}\ge 0$.	0,25
	(*) trở thành: $t^2+t-20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=4\quad\text{(nhận)}\\t=-5\ \text{(loại)}\end{array}\right.$	0,25
	$t=4\Rightarrow x^2-2x-19=16\Leftrightarrow x^2-2x-35=0$.	0,25
	$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=7\\x=-5\end{array}\right.$.	0,25
2 *(2,0 điểm)*	**1/ Cho** $4a-5b+9c=0$**, chứng minh phương trình** $ax^2+bx+c=0$ **luôn có nghiệm.**	***1,0***
	Xét trường hợp a = 0. Nếu b = 0 thì từ $4a-5b+9c=0$, ta suy ra c = 0, do đó phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.	0,25
	Còn nếu $b\ne 0$, phương trình (1) trở thành $bx+c=0$, có nghiệm $x=-\dfrac{c}{b}$.	0,25

	Trường hợp $a \neq 0$, (1) là phương trình bậc hai. Từ $4a - 5b + 9c = 0$, ta có $b = \frac{4a+9c}{5}$. Suy ra,	
	$\Delta = b^2 - 4ac = \frac{(4a+9c)^2}{25} - 4ac = \frac{16a^2 - 28ac + 81c^2}{25} = \frac{(2a-7c)^2 + 12a^2 + 32c^2}{25} > 0$.	0,25
	Do đó, (1) có hai nghiệm phân biệt. Vậy trong mọi trường hợp, (1) luôn có nghiệm.	0,25
	2/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy + y^2 + x = 7y \\ \frac{x}{y}(x+y) = 12 \end{cases}$	***1,0***
	ĐK: $y \neq 0$ Hệ tương đương với $\begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = 7 \\ \frac{x}{y}(x+y) = 12 \end{cases}$, đặt $u = x + y, v = \frac{x}{y}$ ta có hệ: $\begin{cases} u + v = 7 \\ uv = 12 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 \\ v = 4 \end{cases} \vee \begin{cases} u = 4 \\ v = 3 \end{cases}$	0,25
	Với $u = 4, v = 3$ ta có hệ $\begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25
	Với $u = 3, v = 4$ ta có hệ $\begin{cases} \frac{x}{y} = 4 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{12}{5} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}$	0,25
3 *(1,5 điểm)*	**1/ Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn:** $a + b + c = 1$. **Chứng minh rằng:** $(1+a)(1+b)(1+c) \geq 8(1-a)(1-b)(1-c)$.	***1,0***
	Từ a + b + c = 1 ta có $1 + a = (1 - b) + (1 - c) \geq 2\sqrt{(1-b)(1-c)}$ (Vì a, b, c <1 nên 1 – b ; 1 – c ; 1 – a là các số dương).	0,25
	Tương tự ta có $1 + b \geq 2\sqrt{(1-c)(1-a)}$ và $1 + c \geq 2\sqrt{(1-a)(1-b)}$.	0,25
	Nhân các vế của ba BĐT ta có:	0,25

	$(1+a)(1+b)(1+c)\geq 8(1-a)(1-b)(1-c)\Rightarrow$ đpcm.	
	Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\frac{1}{3}$.	0,25
	2/ Phân chia chín số: $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ thành ba nhóm tùy ý, mỗi nhóm ba số. Gọi T_1 là tích ba số của nhóm thứ nhất, T_2 là tích ba số của nhóm thứ hai, T_3 là tích ba số của nhóm thứ ba. Hỏi tổng $T_1+T_2+T_3$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?	***0,5***
	Ta có: $T_1+T_2+T_3\geq 3\sqrt[3]{T_1.T_2.T_3}$ $T_1.T_2.T_3=1.2.3.4.5.6.7.8.9=72.72.70>71^3$	0,25
	Do đó, $T_1+T_2+T_3>213$ mà T_1,T_2,T_3 nguyên nên $T_1+T_2+T_3\geq 214$. Ngoài ra, $214=72+72+70=1.8.9+3.4.6+2.5.7$. Nên giá trị nhỏ nhất của $T_1+T_2+T_3$ là 214.	0,25
4 *(2,5 điểm)*	**Cho đường tròn tâm O bán kính R và dây cung BC cố định khác đường kính. Gọi A là một điểm chuyển động trên cung lớn BC của đường tròn (O) sao cho tam giác ABC nhọn; AD,BE,CF là các đường cao của tam giác ABC. Các đường thẳng BE, CF tương ứng cắt (O) tại các điểm thứ hai là Q, R.** **1/ Chứng minh rằng QR song song với EF.**	***1,0***
	 Vì $\widehat{BEC}=\widehat{BFC}=90^0$ nên tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn đường kính BC.	0,25
	Suy ra, $\widehat{BEF}=\widehat{BCF}$.	0,25
	Mà $\widehat{BCF}=\widehat{BQR}\left(=\frac{1}{2}\text{sđ }\overset{\frown}{BR}\right)$ nên $\widehat{BEF}=\widehat{BQR}$.	0,25
	Suy ra, $QR//EF$.	0,25
	2/ Chứng minh rằng diện tích tứ giác AEOF bằng $\frac{EF.R}{2}$.	***0,5***
	Vì tứ giác BCEF nội tiếp nên $\widehat{EBF}=\widehat{ECF}$ mà $\widehat{EBF}=\frac{1}{2}\text{sđ }\overset{\frown}{AQ},\widehat{ECF}=\frac{1}{2}\text{sđ }\overset{\frown}{AR}$ nên	0,25

	$AQ = AR$.	
	Do đó, $OA \perp QR$ mà $QR//EF$ nên $OA \perp EF$. Vì $OA \perp EF$ nên $S_{AEOF} = \frac{EF.OA}{2} = \frac{EF.R}{2}$.	0,25
	3/ Xác định vị trí của điểm A để chu vi tam giác DEF lớn nhất.	***1,0***
	Tương tự câu 2, $2S_{BFOD} = FD.R, 2S_{CDOE} = DE.R$. Mà tam giác ABC nhọn nên O nằm trong tam giác ABC.	0,25
	Suy ra, $2S_{ABC} = 2S_{AEOF} + 2S_{BFOD} + 2S_{CDOE} = R\left(DE + EF + FD\right)$.	0,25
	Vì R không đổi nên đẳng thức trên suy ra chu vi tam giác DEF lớn nhất khi và chỉ khi diện tích tam giác ABC lớn nhất.	0,25
	Mà $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC.AD$ với BC không đổi nên S_{ABC} lớn nhất khi AD lớn nhất. Khi đó, A là điểm chính giữa của cung lớn BC.	0,25
5 *(1,5 điểm)*	**1/ Tìm hai số nguyên a, b để $a^4 + 4b^4$ là số nguyên tố.**	***1,0***
	$a^4 + 4b^4 = \left(a^2 - 2ab + 2b^2\right)\left(a^2 + 2ab + 2b^2\right)$.	0,25
	Vì $a^2 - 2ab + 2b^2 \geq 0; a^2 + 2ab + 2b^2 \geq 0$. Nên $a^4 + 4b^4$ nguyên tố $\Leftrightarrow$ Một thừa số là 1 còn thừa số kia là số nguyên tố .	0,25
	TH1: $a^2 - 2ab + 2b^2 = 1 \Leftrightarrow \left(a-b\right)^2 + b^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left(a-b\right)^2 = 1 \\ b^2 = 0 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} \left(a-b\right)^2 = 0 \\ b^2 = 1 \end{cases} \quad (2) \end{array}\right.$ *Với $(1) \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow M = 1$ (loại). *Với $\left(2\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b = 1 \\ a = b = -1 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).	0,25
	TH2: $a^2 + 2ab + 2b^2 = 1 \Leftrightarrow \left(a+b\right)^2 + b^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left(a+b\right)^2 = 1 \\ b^2 = 0 \end{cases} \quad (3) \\ \begin{cases} \left(a+b\right)^2 = 0 \\ b^2 = 1 \end{cases} \quad (4) \end{array}\right.$	0,25

	*Với $(3) \Rightarrow b=0 \Rightarrow a^2=1 \Rightarrow M=1$ (loại). *Với $(4) \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \vee \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$ (thỏa mãn). Vậy các cặp số $(a;b)$ cần tìm là: $(1;1),(1;-1),(-1;1),(-1;-1)$.	
	2/ Hãy chia một tam giác bất kì thành 7 tam giác cân trong đó có 3 tam giác bằng nhau.	***0,5***
	 **Trường hợp 1:** Tam giác ABC không cân. Giả sử AB là cạnh lớn nhất của tam giác ABC. Vẽ cung tròn tâm A, bán kính AC cắt AB tại D. Vẽ cung tròn tâm B, bán kính BD cắt BC tại E. Vẽ cung tròn tâm C, bán kính CE cắt AC tại F. Vẽ cung tròn tâm A, bán kính AF cắt AB tại G. Dễ dàng chứng minh 5 điểm C,D,E,F,G thuộc đường tròn tâm O với O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Nối 5 điểm đó với O, nối A, B với O, nối F với G, D với E ta được 7 tam giác cân: $AGF, OGF, ODG, BDE, ODE, OCE, OCF$. Trong đó, có ba tam giác bằng nhau là: OCE, OCF, OGD.	0,25

	 **Trường hợp 2:** Tam giác ABC cân. Giả sử tam giác ABC cân tại A. Gọi D, E, F, G, H, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng: AB, BC, CA, DE, EF, FD. Khi đó, ta có 7 tam giác cân ADF, BDE, CEF, DGI, EGH, FHI, GHI trong đó ba tam giác bằng nhau là: ADF, BDE, CEF.	0,25

Nguồn: Hocmai.vn