ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
HỆ THPT CHUYÊN NĂM 2012

MÔN THI: TOÁN (cho tất cả các thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu I. 1) Giải phương trình:

$$\sqrt{x+9}+2012\sqrt{x+6}=2012+\sqrt{(x+9)(x+6)}$$

2) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2+y^2+2y=4 \\ 2x+y+xy=4 \end{cases}$$

Câu II. 1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đẳng thức:

$$(x+y+1)(xy+x+y)=5+2(x+y)$$

2) Giả sử x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $(\sqrt{x}+1)(\sqrt{y}+1)\geq 4$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P=\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}$$

Câu III. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi M là một điểm trên cung nhỏ BC (M khác B, C và AM không đi qua O). Giả sử P là một điểm thuộc đoạn thẳng AM sao cho đường tròn đường kính MP cắt cung nhỏ BC tại điểm N khác M.

1) Gọi D là điểm đối xứng với điểm M qua O. Chứng minh rằng ba điểm N, P, D thẳng hàng.

2) Đường tròn đường kính MP cắt MD tại Q khác M. Chứng minh rằng P là tâm đường tròn nội tiếp tam giác AQN.

Câu IV. Giả sử a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a\leq b\leq 3\leq c; c\geq b+1; a+b\geq c$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q=\frac{2ab+a+b+c(ab-1)}{(a+1)(b+1)(c+1)}$$

Nguồn: Hocmai.vn