SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2012 - 2013
MÔN THI: TOÁN
(Dành cho thí sinh dự thi các lớp chuyên: Toán, Tin)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1:

a) Cho A = $\sqrt{2012^2+2012^2.2013^2+2013^2}$

Đặt 2012 = a, ta có $\sqrt{2012^2+2012^2.2013^2+2013^2} = \sqrt{a^2+a^2(a+1)^2+(a+1)^2}$

$= \sqrt{(a^2+a+1)^2} = a^2+a+1$

b) Đặt $\begin{cases} \dfrac{x}{y} = a \\ x+\dfrac{1}{y} = b \end{cases}$ Ta có $\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{y^2}+\dfrac{x}{y} = 3 \\ x+\dfrac{1}{y}+\dfrac{x}{y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x+\dfrac{1}{y}\right)^2 - \dfrac{x}{y} = 3 \\ x+\dfrac{1}{y}+\dfrac{x}{y} = 3 \end{cases}$

Nên $\begin{cases} b^2-a=3 \\ b+a=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2+b-6=0 \\ b+a=3 \end{cases} \begin{cases} a=6 \\ b=-3 \end{cases} v \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$

Bài 2:

a) ycbt tương đương với PT $x^2 = (m+2)x - m + 6$ hay $x^2 - (m+2)x + m - 6 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

b) Đặt t = $\sqrt{4-x}+\sqrt{2x-2}$

Bài 3:

a) x = 0, x = 1, x= -1 không thỏa mãn. Với x khác các giá trị này, trước hết ta chứng minh x phải là số nguyên.

+) $x^2 + x + 6$ là một số chính phương nên $x^2 + x$ phải là số nguyên.

+) Giả sử $x = \dfrac{m}{n}$ với m và n có ước nguyên lớn nhất là 1.

Ta có $x^2 + x = \dfrac{m^2}{n^2} + \dfrac{m}{n} = \dfrac{m^2+mn}{n^2}$ là số nguyên khi m^2+mn chia hết cho n^2

nên m^2+mn chia hết cho n, vì mn chia hết cho n nên m^2 chia hết cho n và do m và n có ước nguyên lớn nhất là 1, suy ra m chia hết cho n(mâu thuẫn với m và n có ước nguyên lớn nhất là 1). Do đó x phải là số nguyên.

Đặt $x^2 + x + 6 = k^2$

Ta có $4x^2 + 4x + 24 = 4k^2$ hay $(2x+1)^2 + 23 = 4k^2$ tương đương với $4k^2 - (2x+1)^2 = 23$

$$\frac{(x^3+y^3)-(x^2+y^2)}{(x-1)(y-1)} = \frac{x^2(x-1)+y^2(y-1)}{(x-1)(y-1)} =$$

$$\frac{x^2}{y-1}+\frac{y^2}{x-1} = \frac{(x-1)^2+2(x-1)+1}{y-1}+\frac{(y-1)^2+2(y-1)+1}{x-1}$$

$$=\left[\frac{(x-1)^2}{y-1}+\frac{(y-1)^2}{x-1}\right]+\left[\frac{2(y-1)}{x-1}+\frac{2(x-1)}{y-1}\right]+\left[\frac{1}{y-1}+\frac{1}{x-1}\right].$$

Theo BĐT Côsi

$$\frac{(x-1)^2}{y-1}+\frac{(y-1)^2}{x-1} \geq 2\sqrt{\frac{(x-1)^2}{y-1}.\frac{(y-1)^2}{x-1}} = 2\sqrt{(x-1)(y-1)}$$

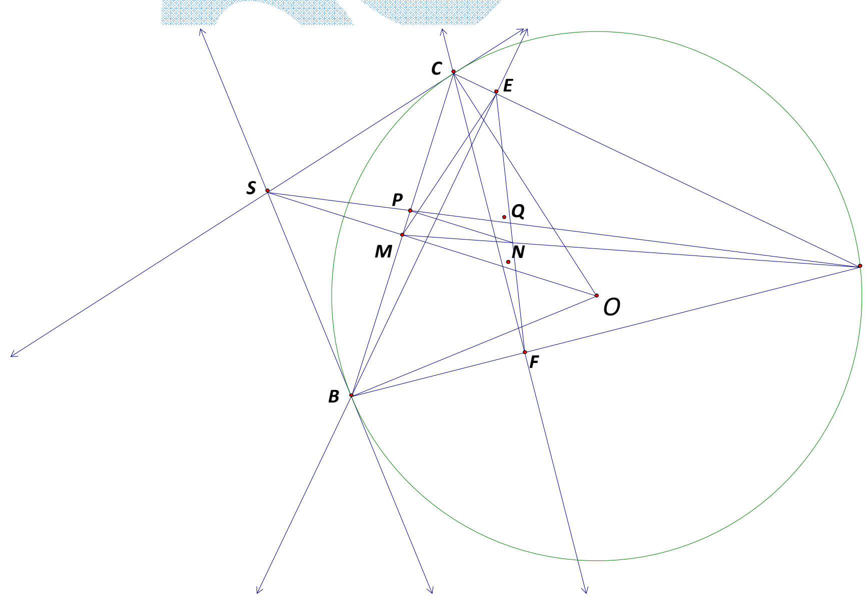
$$\frac{(x-1)^2}{y-1}+\frac{(y-1)^2}{x-1} \geq 2\sqrt{\frac{(x-1)^2}{y-1}.\frac{(y-1)^2}{x-1}} = 2\sqrt{(x-1)(y-1)}$$

$$\frac{2(y-1)}{x-1}+\frac{2(x-1)}{y-1} \geq \sqrt{\frac{2(y-1)}{x-1}.\frac{2(x-1)}{y-1}} = 4$$

$$\frac{1}{y-1}+\frac{1}{x-1} \geq 2\sqrt{\frac{1}{y-1}.\frac{1}{x-1}}$$

$$2\left[\sqrt{\frac{1}{y-1}.\frac{1}{x-1}}+\sqrt{(x-1)(y-1)}\right] \geq 2.2\sqrt{\sqrt{\frac{1}{y-1}.\frac{1}{x-1}}.\sqrt{(x-1)(y-1)}} = 4$$

Bài 4



a) Suy ra từ hai tam giác đồng dạng là ABE và BSM

b) Từ câu a) ta có $\frac{AE}{AB}=\frac{MB}{BS}$ (1)

Mà MB = EM(do tam giác BEC vuông tại E có M là trung điểm của BC

Nên $\frac{AE}{AB}=\frac{EM}{BS}$

Có $\widehat{MOB}=\widehat{BAE},\widehat{EBA}+\widehat{BAE}=90^0,\widehat{MBO}+\widehat{MOB}=90^0$

Nên $\widehat{MBO}=\widehat{EBA}$ do đó $\widehat{MEB}=\widehat{OBA}(=\widehat{MBE})$

Suy ra $\widehat{MEA}=\widehat{SBA}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra hai tam giác AEM và ABS đồng dạng(đpcm.)

c) Dễ thấy SM vuông góc với BC nên để chứng minh bài toán ta chứng minh NP //SM.

+ Xét hai tam giác ANE và APB:

Từ câu b) ta có hai tam giác AEM và ABS đồng dạng nên $\widehat{NAE}=\widehat{PAB}$,

Mà $\widehat{AEN}=\widehat{ABP}$ (do tứ giác BCEF nội tiếp)

Do đó hai tam giác ANE và APB đồng dạng nên $\frac{AN}{AP}=\frac{AE}{AB}$

Lại có $\frac{AM}{AS}=\frac{AE}{AB}$(hai tam giác AEM và ABS đồng dạng)

Suy ra $\frac{AM}{AS}=\frac{AN}{AP}$ nên trong tam giác AMS có NP//SM (định lí Talet đảo)

Do đó bài toán được chứng minh.

Bài 5

a. Giả sử kết luận của bài toán là sai, tức là trong ba đội bất kỳ thì có hai đội đã đấu với nhau rồi. Giả sử đội 1 đã gặp các đội 2, 3, 4, 5. Xét các bộ (1; 6; i) với i Є{7; 8; 9;…;12}, trong các bộ này phải có ít nhất một cặp đã đấu với nhau, tuy nhiên 1 không gặp 6 hay i nên 6 gặp i với mọi i Є{7; 8; 9;…;12} , vô lý vì đội 6 như thế đã đấu hơn 4 trận. Vậy có đpcm.

b. Kết luận không đúng. Chia 12 đội thành 2 nhóm, mỗi nhóm 6 đội. Trong mỗi nhóm này, cho tất cả các đội đôi một đã thi đấu với nhau. Lúc này rõ ràng mỗi đội đã đấu 5 trận. Khi xét 3 đội bất kỳ, phải có 2 đội thuộc cùng một nhóm, do đó 2 đội này đã đấu với nhau. Ta có phản ví dụ.

Nguồn: Hocmai.vn