SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO

THANH HOÁ

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm có 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN LAM SƠN

NĂM HỌC 2011 - 2012

Môn thi : TOÁN

(Môn chung cho tất cảc thí sinh)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1 : Rút gọn biểu thức $A=\frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3}+\frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}-\frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$

A= $\frac{15\sqrt{x}-11}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}+\frac{-3\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\frac{-2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}=\frac{15\sqrt{x}-11+(-3\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+3)+(-2\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$

A= $\frac{15\sqrt{x}-11-3x-9\sqrt{x}+2\sqrt{x}+6-2x+2\sqrt{x}-3\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}=\frac{7\sqrt{x}-2-5x}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}=\frac{(\sqrt{x}-1)(2-5\sqrt{x})}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}=$

A= $\frac{(2-5\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+3)}$

2- với $A\le\frac{2}{3}$ ta có $\frac{(2-5\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+3)}\le\frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow$ $\frac{2}{3}$ - $\frac{(2-5\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+3)}\ge 0$ $\Leftrightarrow$ $\frac{2(\sqrt{x}+3)-3.(2-5\sqrt{x})}{3.(\sqrt{x}+3)}\ge 0$

$\Leftrightarrow$ $\frac{2\sqrt{x}+6-6+15\sqrt{x}}{3.(\sqrt{x}+3)}\ge 0$ $\Leftrightarrow$ $\frac{17\sqrt{x}}{3.(\sqrt{x}+3)}\ge 0$ là đúng với mọi $x\ge 0$ nên $17\sqrt{x}\ge 0$ và $3.(\sqrt{x}+3)>0$

vậy $A\le\frac{2}{3}$ được chứng minh

Câu 5-a) Vì a + b+ c = 2 $\Rightarrow$ 2c+ab = c(a+b+c)+ab= ca+cb+c^2+ ab = (ca+ c^2)+(bc + ab)

= c(a+c) + b(a+c)=(c+a)(c+b) $\Rightarrow$2c+ab = (c+a)(c+b)

Với a; b; c > 0 nên $\frac{1}{a+c}>0$ và $\frac{1}{b+c}>0$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\ge 2.\sqrt{\frac{1}{(a+c)(b+c)}}$

dấu (=) xảy ra khi $\frac{1}{a+c}=\frac{1}{b+c}$ $\Rightarrow$ a + c = b + c $\Rightarrow$a = b

hay $\frac{1}{\sqrt{(c+a)(c+b)}}\le\frac{1}{2}(\frac{1}{c+a}+\frac{1}{c+b})$

$\Rightarrow\frac{ab}{\sqrt{2c+ab}}=\frac{ab}{\sqrt{(c+a)(c+b)}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{ab}{c+a}+\frac{ab}{c+b}\right)$ (1)

Chứng minh tương tự ; $\frac{bc}{\sqrt{bc+2a}} \le \frac{1}{2}\left(\frac{cb}{a+b}+\frac{bc}{a+c}\right)$ (2)

dấu" =" xảy ra khi b = c

$$\frac{ac}{\sqrt{2b+ca}} \le \frac{1}{2}\left(\frac{ca}{c+b}+\frac{ca}{b+a}\right) \quad (3)$$

dấu "=" xảy ra khi a = c

Cộng vế với vế của (1) ; (2) ; (3) ta có:

$\Rightarrow$: P$=\frac{ab}{\sqrt{ab+2c}}+\frac{bc}{\sqrt{bc+2a}}+\frac{ca}{\sqrt{ca+2b}} \le \frac{1}{2}(\frac{ab}{c+a}+\frac{ab}{c+b}+\frac{cb}{b+a}+\frac{cb}{c+a}+\frac{ac}{b+a}+\frac{ac}{c+b})$

$\Rightarrow$ P $\le \frac{1}{2}\left[(\frac{ab}{c+a}+\frac{cb}{c+a})+(\frac{ab}{b+c}+\frac{ac}{c+b})+(\frac{cb}{a+b}+\frac{ac}{a+b}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{(a+c).b}{c+a}+\frac{a.(b+c)}{b+c}+\frac{c.(b+a)}{a+b}\right]$

$\Rightarrow$ P$=\frac{ab}{\sqrt{ab+2c}}+\frac{bc}{\sqrt{bc+2a}}+\frac{ca}{\sqrt{ca+2b}} \le \frac{1}{2}(a+b+c)=\frac{1}{2}.2=1$

$\Rightarrow$ min P = 1 khi a = b = c $=\frac{2}{3}$

<u>Câu 2</u>: Cho parabol (P): $y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): y= mx –m +2 (với m là tham số)

1. Tìm m để (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ x = 4
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

<u>Giải :</u>

a) Toạ độ giao điểm của parabol (P): $y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): y= mx –m +2

là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=m.x-m+2 \end{cases}$ phương trình hoành độ giao điểm là:

$\frac{1}{2}x^2=m.x-m+2$ vì (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ x=4 thay vào ta có :

8 = 4m - m +2 $\Leftrightarrow$ 3m = 6 $\Leftrightarrow$ m = 2. Vậy để (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ x=4

b) Để (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi hệ $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=m.x-m+2 \end{cases}$

hay $\frac{1}{2}x^2=m.x-m+2$ $\Rightarrow$ x^2 -2mx +2m - 4 = 0 cú 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $\Delta > 0$

mà $\Delta = 4m^2 - 4(2m - 4) = 4m^2 - 8m + 16 = (2m)^2 - 2.2m.2 + 4 + 12 = (2m - 2)^2 + 12 > 0$ với mọi giá trị của m. Vậy với mọi giá trị của m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Câu 3 : 1- Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{y} = 12 \\ \dfrac{5}{x} + \dfrac{2}{y} = 19 \end{cases}$

Đặt a = $\dfrac{1}{y}$ và b = $\dfrac{1}{x}$ ta có hệ $\begin{cases} 2b + 3a = 12 \\ 5b + 2a = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b + 6a = 24 \\ 15b + 6a = 57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b + 3a = 12 \\ 11b = 33 \end{cases}$

$\begin{cases} 2b + 3a = 12 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1}{y} = 2 \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{2}$

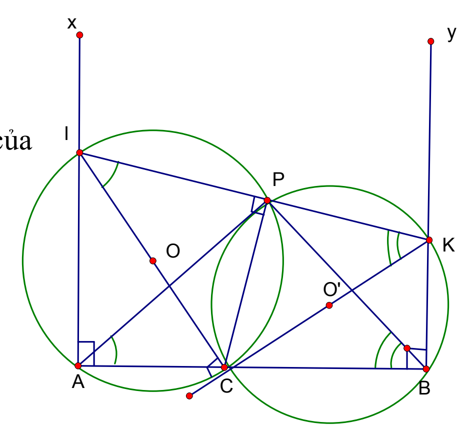
và $\dfrac{1}{x} = 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3}$ vậy nghiệm của hệ $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

2-Giải phương trình $x + \dfrac{3x}{\sqrt{x^2 - 9}} = 6\sqrt{2}$ điều kiện x >3 hoặc x <-3

ta thấy x = 0 không phải là nghiệm của phương trình

nên $1 + \dfrac{3}{\sqrt{x^2 - 9}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{x} \Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x^2 - 9}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{x} - 1 \Leftrightarrow \dfrac{3}{x^2 - 9} = \dfrac{72}{x^2} - \dfrac{12\sqrt{2}}{x} + 1$

Câu 4:



1. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác CPKB nội tiếp được trong đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

Xét đường tròn tâm O đường kính IC ta có $P \in (O)$

Nên $\widehat{IPC} = 90^0$ do đó $\widehat{KPC} = 90^0$ (kề bù với $\widehat{KPC} = 90^0$)

theo bài ra ta có By $\perp$ AB mà K $\in$ By ; C $\in$ AB

$\widehat{KBC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{KPC} + \widehat{KBC} = 180^0$ mà $\widehat{KBC}$ và $\widehat{KPC}$

là hai góc đối của tứ giác CPKB . Vậy CPKB nội tiếp được trong đường tròn mà $\widehat{KBC} = 90^0$ nên KC là đường kính.

b) Tam giác ABP là tam giác vuông.

Xét (O ; $\frac{IC}{2}$) ta có $\widehat{PAC} = \widehat{CIP}$ (nội tếp cùng chắn cung PC) (1)

Xét (O' ; $\frac{KC}{2}$) ta có $P\hat{K}C = P\hat{B}C$ (nội tếp cùng chắn cung PC) (2)

Theo bài ra thì IC $\perp$ KC tại C nên $\widehat{ICK}$ = 1V nên $\widehat{CIP} + \widehat{CKI}$ = 1v (3)

Thay (1) ; (2) vào (3) ta có:

$\widehat{PAC}$ + $\widehat{PBC}$ = 1. Vậy tam giác ABP là tam giác vuông tại P.

2- Cho A, I, B cố định. Tìm vị trí của điểm C trên đoạn thẳng AB sao cho tứ giác ABKI có diện tích lớn nhất. Ta có tứ giác ABKI có AI// BK (cùng $\perp$ AB) và $\hat{B}$ = 1V nên ABKI là hình thang vuông nhận AI và BK là hai đáy và AB là đường cao.

$S_{ABKI} = \frac{1}{2}$(AI+ BK).AB mà A; B; I cố định nên AI ; AB không đổi nên để S_{ABKI} đạt max khi BK đạt max $\Leftrightarrow$ BK = AI

(O) và (O') bằng nhau nên CI = CK

ΔCIK cân CP và đường cao nên PI = PK

mà PC // BK (cùng vuông góc AB) nên PC là đường trung bình của hình thang ABKI nên C là trung điểm của AB.

Nguồn: Hocmai.vn

HOCMAI.VN