**SỞ GIÁO DỤC- ĐÀO TẠO**
**QUẢNG NGÃI**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**
**Năm học 2012 - 2013**

**Môn thi : Toán ( Hệ chuyên)**
*Thời gian làm bài :150 phút (không kể thời gian giao đề)*

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1**: *(2,0điểm)*

**1) Rút gọn biểu thức**

$$A=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}.\sqrt{\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}.\sqrt{\frac{\sqrt{15}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\sqrt{15}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}.\sqrt{\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{2}}=1=$$

**2) Cho hai số x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 4y - 7 = 0$. Tìm giá trị của *x* khi y đạt giá trị lớn nhất**

$x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 4y - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 - 2xy + 2y - 2x + 2y - 8 = 0 \Leftrightarrow (x - y - 1)^2 = 8 - 2y$ (1)

Vì $(x - y - 1)^2 \geq 0$ nên $8 - 2y \geq 0 \Leftrightarrow 2y \leq 8 \Leftrightarrow y \leq 4$

Vì $y_{max}$ nên y= 4. Từ (1) tìm được y = 5.

**Bài 2**: *(2,0 điểm)*

1) **Giải phương trình:** $x^3+2=3\sqrt[3]{3x-2}$

Đặt y = $\sqrt[3]{3x-2}$ Suy ra $y^3=3x-2$ ; $x^3+2=3y$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}x^3-3y=-2\\y^3-3x=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^3-y^3-3y+3x=0\\y^3-3x=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-y)(x^2+xy+y^2)+3(x-y)=0\\y^3-3x=-2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(x-y)(x^2+xy+y^2+3)=0\\y^3-3x=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=0 \quad \text{vi } x^2+xy+y^2+3>0\\y^3-3x=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y\\x^3-3x+2=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}\\\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}\end{array}\right.$$

2) **Giải hệ phương trình**:

$$\begin{cases}\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{7}{xy}-1\\x+xy+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=7-xy\\x+xy+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2-xy=7\\x+y+xy=5\end{cases}$$

Đặt S = x+y, P = xy ta có hệ $\begin{cases}S^2-P=7\\S+P=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}S^2+S=12\\S+P=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}S^2+S-12=0\\S+P=5\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}S=3\\P=2\end{cases}\\\begin{cases}S=-4\\P=9\end{cases}\end{array}\right.$

$$\begin{cases}S=3\\P=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3\\xy=2\end{cases}.$$

Khi đó x,y là hai nghiệm của phương trình $X^2 - 3X + 2 = 0$

Suy ra x = 1, y = 2 hoặc x = 2 , y = 1.

$$\begin{cases} S = -4 \\ P = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$$

Khi đó x,y là hai nghiệm của phương trình $X^2 + 4X + 9 = 0$
Phương trình vô nghiệm.
Vậy x = 1, y = 2 hoặc x = 2 , y = 1.

**Bài 3**: *(2,0 điểm )*

**1)Tìm các số tự nhiên n để $n^5 + n^4 + 1$ là số nguyên tố.**

P = $n^5 + n^4 + 1 = n^5 + n^4 + n^3 - n^3 - n^2 - n + n^2 + n + 1 = (n^2 + n + 1)(n^3 - n + 1)$

Vì nlà số tự nhiên nên

n = 0 => P $= (0^2 + 0 + 1)(0^3 - 0 + 1) = 1$ không là số nguyên tố

n=1 => P $= (1^2 + 1 + 1)(1^3 - 1 + 1) = 3$ là số nguyên tố

$n \geq 2$ => $(n^2 + n + 1) \geq (2^2 + 2 + 1) = 7$ ; $(n^3 - n + 1) \geq (2^3 - 2 + 1) = 7$ => $P \geq 49$ và có ước khác 1 và chính nó nên P không là số nguyên tố

**2) Đặt $S_n$ =1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + n(n+1); với n là số nguyên dương.**
**Chứng minh rằng: $3(n+3)S_n + 1$ là một số chính phương.**

Ta có $a_1 = 1.2 \Rightarrow 3a_1 = 1.2.3 \Rightarrow 3a_1 = 1.2.3 - 0.1.2$
$a_2 = 2.3 \Rightarrow 3a_2 = 2.3.3 \Rightarrow 3a_2 = 2.3.4 - 1.2.3$
$a_3 = 3.4 \Rightarrow 3a_3 = 3.3.4 \Rightarrow 3a_3 = 3.4.5 - 2.3.4$
……………………..
$a_{n-1} = (n-1)n \Rightarrow 3a_{n-1} = 3(n-1)n \Rightarrow 3a_{n-1} = (n-1)n(n+1) - (n-2)(n-1)n$
$a_n = n(n+1) \Rightarrow 3a_n = 3n(n+1) \Rightarrow 3a_n = n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1)$
Cộng từng vế các đẳng thức trên ta có $3(a_1 + a_2 + \ldots + a_n) = n(n+1)(n+2)$

$$3\left[1.2 + 2.3 + \ldots + n(n+1)\right] = n(n+1)(n+2) \Rightarrow S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Suy ra: $\mathbf{3(n+3)S_n + 1} = n(n+1)(n+2)(n+3) + 1 = (n^2 + 3n)(n^2 + 3n + 2) + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2 - 1 + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2$

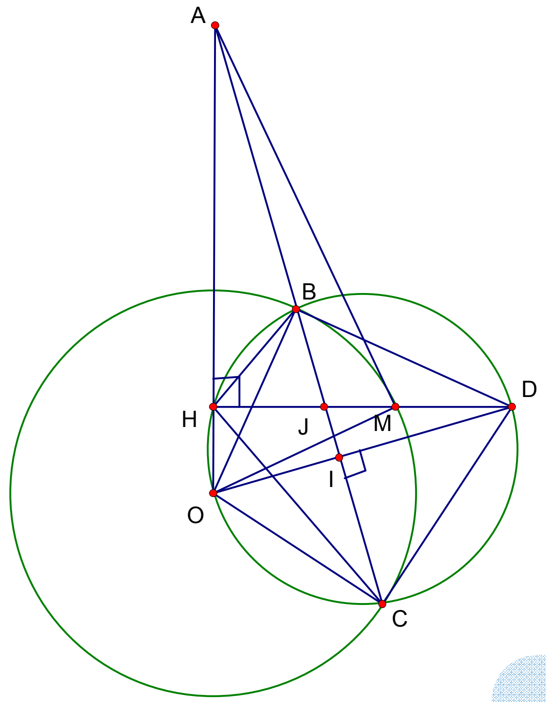
Vậy $\mathbf{3(n+3)S_n + 1}$ là một số chính phương với mọi số nguyên dương n

**Bài 4** : *(3,0điểm)*

**1)Năm điểm D,B,H,O,C cùng nằm trên một đường tròn và tứ giác DIHA là tứ giác nội tiếp.**

$\widehat{DBO} = \widehat{DCO} = 90^0$ (DB,DC là hai tiếp tuyến của (O)
=> Tứ giác DBOC nội tiếp trong đường tròn đường kính OD
$\widehat{DHO} = \widehat{DCO} = 90^0$ (DH $\perp$ AO, DC là tiếp tuyến của (O)
=> Tứ giác DHOC nội tiếp trong đường tròn đường kính OD
Suy ra năm điểm D,B,H,O,C cùng nằm trên đường tròn đường kính OD.

$\widehat{DHA} = \widehat{DIA} = 90^0$ (DH $\perp$ AO,DI $\perp$ BC t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau của (O)
=>I,H thuộc đường tròn đường kính AD
=> Tứ giác DIHA nội tiếp trong đường tròn đường kính AD




**2) Đường thẳng AM là tiếp tuyến của đường tròn (O).**

$\Delta OHD \sim \Delta OIA (g.g) \Rightarrow \dfrac{OH}{OI} = \dfrac{OD}{OA} \Rightarrow OA.OH = OI.OD$

$\Delta OCD$ vuông tại C, CI là đường cao =>OI.OD = $OC^2$

mà $OC^2 = OM^2 = R^2$

Suy ra OH.OA = $OM^2$

Do đó $\Delta OMA$ vuông tại M => AM là tiếp tuyến của (O).

**3) Tích HB. HC không đổi khi đường thẳng d quay quanh điểm A**.

$\Delta JBH \sim \Delta ODC (g.g) \Rightarrow \dfrac{HB}{CD} = \dfrac{JH}{JC}$

Mà CD = BD => $\dfrac{JH}{JC} = \dfrac{HB}{BD}$ ***(1)***

Ta lại có

$\widehat{HJC} = \dfrac{1}{2}\left(sd\overparen{CH} + sd\overparen{BD}\right)$

$\widehat{HBD} = \dfrac{1}{2} sd\,\overparen{HD} = \dfrac{1}{2}\left(sd\overparen{CH} + sd\overparen{CD}\right)$

Mà BD = CD nên $\overparen{BD} = \overparen{CD}$ => $\widehat{HJC} = \widehat{HBD}$ ***(2)***

***Từ 1 và 2 suy ra*** $\Delta HBD \sim \Delta HJC (c.g.c) \Rightarrow \dfrac{HB}{HJ} = \dfrac{HD}{HC} \Rightarrow HB.HC = HJ.HD$ (3)

$\Delta AHJ \sim \Delta DHO (g.g) \Rightarrow \dfrac{JH}{OH} = \dfrac{AH}{DH} \Rightarrow JH.DH = AH.OH$ (4)

$\Delta AOM$ vuông tại M; MH $\perp$ OA nên AH.OH = $HM^2$

Vì (O) và A cố định => tiếp tuyến AM cố định => M cố định => MH cố định

Suy ra tích HB.HC không đổi khi đường thẳng d quay quanh điểm A.

**<u>Bài 5</u>** : *(1,0 điểm)*

Chia hình tròn đã cho thành 4024 phần hình quạt bằng nhau và mỗi phần có diện tích $\frac{2012}{4024} = 0,5cm^2$

Theo nguyên tắc Đi-rích-lê thì khi đó nếu tồn tại một hình quạt có chứa ba điểm thì ta có ngay một tam giác có diện tích nhỏ hơn diện tích hình quạt tức là nhỏ hơn 0,5cm$^2$..

Nếu không có ba điểm nào nằm trong cùng một hình quạt thành phần, khi đó sẽ tồn tại đúng 6037-4024 = 2013 hình quạt trong 4024 hình quạt mà mỗi hình quạt đều chứa hai điểm. Theo nguyên tắc Đi-rích-lê thì tồn tại hai hình quạt liên tiếp nhau mà mỗi hình quạt này đều chứa hai điểm. Khi đó, bốn điểm này sẽ tạo thành hai tam giác phân biệt có chung một cạnh (là đường chéo của tứ giác lồi) và tổng diện tích hai tam giác này sẽ không quá 1cm$^2$ . Từ đó ta suy racó ít nhất 1 tam giác có diện tích nhỏ hơn 0,5 cm$^2$.

**Nguồn: Hocmai.vn**