Lý thuyết và Bài tập Toán đại số chương 3
Phương trình hệ phương trình
(có đáp án)

1. Đại cương về phương trình
2. Phương trình bậc nhất 1 ẩn
3. Phương trình bậc hai 1 ẩn
4. một số phương trình quy về phương trình bậc nhất hoặc bậc hai
5. Hệ phương trình bậc nhát nhiều ẩn
6. Hệ phương trình bậc hai hai ẩn số

§ 1. Đại cương về phương trình

☆☆☆

KIẾN THỨC CƠ BẢN

① **Khái niệm phương trình một ẩn**

— Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có tập xác định lần lượt là D_f và D_g. Đặt $D=D_f\cap D_g$. Mệnh đề chứa biến "$f(x)=g(x)$" được gọi là phương trình một ẩn, x gọi là ẩn và D gọi tập xác định của phương trình.

— Số $x_o\in D$ gọi là 1 nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ nếu "$f(x_o)=g(x_o)$" là 1 mệnh đề đúng.

② **Phương trình tương đương**

— Hai phương trình gọi là tương đương nếu chúng có cùng 1 tập nghiệm. Nếu phương trình $f_1(x)=g_1(x)$ tương đương với phương trình $f_2(x)=g_2(x)$ thì viết $f_1(x)=g_1(x)\Leftrightarrow f_2(x)=g_2(x)$.

— **Định lý 1**: Cho phương trình $f(x)=g(x)$ có tập xác định D và $y=h(x)$ là một hàm số xác định trên D. Khi đó trên miền D, phương trình đã cho tương đương với mỗi phương trình sau:

$(1): f(x)+h(x)=g(x)+h(x)$. $\quad$ $(2): f(x).h(x)=g(x).h(x)$ với $h(x)\neq 0,\ \forall x\in D$.

③ **Phương trình hệ quả**

— Phương trình $f_1(x)=g_1(x)$ có tập nghiệm là S_1 được gọi là phương trình hệ quả của phương trình $f_2(x)=g_2(x)$ có tập nghiệm S_2 nếu $S_1\subset S_2$. Khi đó viết: $f_1(x)=g_1(x)\Rightarrow f_2(x)=g_2(x)$.

— **Định lý 2**: Khi bình phương hai vế của một phương trình, ta được phương trình hệ quả của phương trình đã cho: $f(x)=g(x)\Rightarrow\left[f(x)\right]^2=\left[g(x)\right]^2$.

Lưu ý:

- Nếu hai vế của 1 phương trình luôn cùng dấu thì khi bình phương 2 vế của nó, ta được một phương trình tương đương.
- Nếu phép biến đổi tương đương dẫn đến phương trình hệ quả, ta phải thử lại các nghiệm tìm được vào phương trình đã cho để phát hiện và loại bỏ nghiệm ngoại lai.

Câu 1: Tập xác định của phương trình $\dfrac{2x}{x^2+1}-5=\dfrac{3}{x^2+1}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện xác định: $x^2+1\neq 0$ (luôn đúng).

Vậy TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Câu 2: Tậpxác định của phương trình $\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{4}{x^2-4}$ là:

A. $(2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Chọn B.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x+2\neq 0\\ x-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -2\\ x\neq 2\end{cases}$.

Vậy TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

Câu 3: Tậpxác định của phương trình $\dfrac{x-2}{x+2}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{x(x-2)}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2;0;2\}$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2;0\}$.

Lời giải.

Chọn A.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+2\neq 0 \\ x-2\neq 0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ x\neq 2 \\ x\neq 0 \end{cases}$.

Vậy TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{-2;0;2\}$.

Câu 4: Tậpxác định của phương trình $\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x-1}{x-2}=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2;2;1\}$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{\pm 2;-1\}$.

Lời giải.

Chọn A.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+2\neq 0 \\ x-2\neq 0 \\ x+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ x\neq 2 \\ x\neq -1 \end{cases}$.

Vậy TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{-2;2;1\}$.

Câu 5: Tậpxác định của phương trình $\dfrac{4x}{x^2-5x+6}-\dfrac{3-5x}{x^2-6x+8}=\dfrac{9x+1}{x^2-7x+12}$ là:

A. $(4;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2;3;4\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Lời giải.

Chọn B.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2-5x+6\neq 0 \\ x^2-6x+8\neq 0 \\ x^2-7x+12\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x\neq 3 \\ x\neq 4 \end{cases}$.

Vậy TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{2;3;4\}$.

Câu 6: Tậpxác định của phương trình $3x+\dfrac{5}{x-4}=12+\dfrac{5}{x-4}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{4\}$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Chọn A.

Điều kiện xác định: $x-4\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 4$.

Vậy TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Câu 7: Tậpxác định của phương trình $\dfrac{2x}{3-x}+\dfrac{1}{2x-1}=\dfrac{6-5x}{3x-2}$ là:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2};3;\dfrac{2}{3}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2};3;\dfrac{3}{2}\right\}$.

Lời giải.

Chọn C.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 3-x\neq 0 \\ 2x-1\neq 0 \\ 3x-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 3 \\ x\neq \dfrac{1}{2} \\ x\neq \dfrac{2}{3} \end{cases}$.

Vậy TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2};3;\frac{2}{3}\right\}$.

Câu 8: Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{x^2-1}=0$ là:

A. $x\geq 0$. **B.** $x>0$ và $x^2-1\geq 0$.
C. $x>0$. **D.** $x\geq 0$ và $x^2-1>0$.

Lời giải.

Chọn B.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x^2-1\geq 0\\ x>0\end{cases}$

Câu 9: Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{2x-1}=4x+1$ là:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Lời giải.

Chọn B.

Điều kiện xác định: $2x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq \frac{1}{2}$.

Câu 10: Điều kiệnxác định của phương trình $\sqrt{3x-2}+\sqrt{4-3x}=1$ là:

A. $\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right\}$. **D.** $\left[\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right]$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}3x-2\geq 0\\ 4-3x\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\geq \frac{2}{3}\\ x\leq \frac{4}{3}\end{cases} \Leftrightarrow x\in\left[\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right]$.

Câu 11: Tập xác định của phương trình $\frac{2x+1}{\sqrt{4-5x}}+2x-3=5x-1$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{4}{5}\right\}$. **B.** $D=\left(-\infty;\frac{4}{5}\right]$. **C.** $D=\left(-\infty;\frac{4}{5}\right)$. **D.** $D=\left(\frac{4}{5};+\infty\right)$.

Lời giải.

Chọn C.

Điều kiện xác định: $4-5x>0 \Leftrightarrow x<\frac{4}{5}$ (luôn đúng).

Vậy TXĐ: $D=\left(-\infty;\frac{4}{5}\right)$.

Câu 12: Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x-3}$ là:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Lời giải.

Chọn B.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x-1\geq 0\\ x-2\geq 0\\ x-3\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\geq 1\\ x\geq 2\\ x\geq 3\end{cases} \Leftrightarrow x\geq 2$.

Câu 13: Hai phương trình được gọi là tương đương khi:

A. Có cùng dạng phương trình. **B.** Có cùng tập xác định.
C. Có cùng tập hợp nghiệm. **D.** Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải.

Chọn C.

Câu 14: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $3x+\sqrt{x-2}=x^2 \Leftrightarrow 3x=x^2-\sqrt{x-2}$. **B.** $\sqrt{x-1}=3x \Leftrightarrow x-1=9x^2$.

C. $3x+\sqrt{x-2}=x^2+\sqrt{x-2} \Leftrightarrow 3x=x^2$. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Lời giải.

Chọn A.

Câu 15: Cho các phương trình $f_1(x)=g_1(x)\ (1)$

$$f_2(x)=g_2(x)\ (2)$$

$$f_1(x)+f_2(x)=g_1(x)+g_2(x)\ (3).$$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. (3) tương đương với (1) hoặc (2). **B.** (3) là hệ quả của (1).

C. (2) là hệ quả của (3). **D.** Cả A, B, C đều sai.

Lời giải.

Chọn D.

Câu 16: Chỉ ra khẳng định **sai**?

A. $\sqrt{x-2}=3\sqrt{2-x} \Leftrightarrow x-2=0$. **B.** $\sqrt{x-3}=2 \Rightarrow x-3=4$.

C. $\dfrac{x(x-2)}{x-2}=2 \Rightarrow x=2$. **D.** $|x|=2 \Leftrightarrow x=2$.

Lời giải.

Chọn D.

Vì : $|x|=2 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Câu 17: Chỉ ra khẳng định **sai**?

A. $\sqrt{x-1}=2\sqrt{1-x} \Leftrightarrow x-1=0$. **B.** $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2} \Leftrightarrow x=1$.

C. $|x|=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$. **D.** $|x-2|=x+1 \Leftrightarrow (x-2)^2=(x+1)^2$.

Lời giải.

Chọn B.

Vì : $|x|=2 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Câu 18: Chỉ ra khẳng định **sai**?

A. $\sqrt{x-2}=3\sqrt{2-x} \Leftrightarrow x-2=0$. **B.** $\sqrt{x-3}=2 \Rightarrow x-3=4$.

C. $|x-2|=2x+1 \Leftrightarrow (x-2)^2=(2x+1)^2$. **D.** $x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Lời giải.

Chọn C.

Vì : $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x-2\ge 0 \end{cases}$ hệ vô nghiệm.

Câu 19: Phương trình $(x^2+1)(x-1)(x+1)=0$ tương đương với phương trình:

A. $x-1=0$. **B.** $x+1=0$.

C. $x^2+1=0$. **D.** $(x-1)(x+1)=0$.

Lời giải.

Chọn D.

Vì hai phương trình có cùng tập nghiệm $T=\{\pm 1\}$.

Câu 20: Phương trình $\dfrac{3x+1}{x-5}=\dfrac{16}{x-5}$ tương đương với phương trình:

A. $\frac{3x+1}{x-5}+3=\frac{16}{x-5}+3$. **B.** $\frac{3x+1}{x-5}-\sqrt{2-x}=\frac{16}{x-5}-\sqrt{2-x}$.

C. $\frac{3x+1}{x-5}+\sqrt{2-x}=\frac{16}{x-5}+\sqrt{2-x}$. **D.** $\frac{3x+1}{x-5}\cdot 2x=\frac{16}{x-5}\cdot 2x$.

Lời giải.

Chọn A.

Vì hai phương trình có cùng tập nghiệm $T=\{5\}$.

Câu 21: Cho hai phương trình $x^2+x+1=0\ (1)$ và $\sqrt{1-x}=\sqrt{x-1}+2\ (2)$. Khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau là :

A. (1) và (2) tương đương.

B. Phương trình (2) là phương trình hệ quả của phương trình (1).

C.Phương trình (1) là phương trình hệ quả của phương trình (2).

D. Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải.

Chọn D.

Câu 22: Phương trình $3x-7=\sqrt{x-6}$ tương đương với phương trình:

A. $(3x-7)^2=x-6$. **B.** $\sqrt{3x-7}=x-6$.

C. $(3x-7)^2=(x-6)^2$. **D.** $\sqrt{3x-7}=\sqrt{x-6}$.

Lời giải.

Chọn A.

$$3x-7=\sqrt{x-6}\Leftrightarrow\begin{cases}(3x-7)^2=x-6\\3x-6\ge 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}9x^2-43x+55=0\\3x-6\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9x^2-43x+55=0\\x\ge\frac{7}{3}\end{cases}\text{ vô nghiệm.}$$

Ta có $(3x-7)^2=x-6\Leftrightarrow 9x^2-43x+55=0$ vô nghiệm

Câu 23: Phương trình $(x-4)^2=x-2$ là phương trình hệ quả của phương trình nào sau đây

A. $x-4=x-2$. **B.** $\sqrt{x-2}=x-4$.

C. $\sqrt{x-4}=\sqrt{x-2}$. **D.** $\sqrt{x-4}=x-2$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $\sqrt{x-2}=x-4\Rightarrow(x-4)^2=x-2$.

Câu 24: Tập xác định của phương trình $\frac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3}-\frac{7x}{\sqrt{7-2x}}=5x$ là:

A. $D=\left[2;\frac{7}{2}\right]\setminus\{3\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1;3;\frac{7}{2}\right\}$. **C.** $D=\left[2;\frac{7}{2}\right)$. **D.** $D=\left[2;\frac{7}{2}\right)\setminus\{3\}$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x^2-4x+3\ne 0\\x-2\ge 0\\7-2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 3\\x\ne 1\\x\ge 2\\x<\frac{7}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left[2;\frac{7}{2}\right)\setminus\{3\}$.

Vậy TXĐ: $D=\left[2;\frac{7}{2}\right)\setminus\{3\}$.

Câu 25: Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2}+\frac{x^2+5}{\sqrt{7-x}}=0$ là:

A. $(2;+\infty)$. **B.** $[7;+\infty)$. **C.** $[2;7)$. **D.** $[2;7]$.

Lời giải.

Chọn C.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}7-x>0\\x-2\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<7\\x\geq 2\end{cases}\Leftrightarrow 2\leq x<7$.

Câu 26: Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{x^2-1}=\sqrt{x+3}$ là:

A. $[-3;+\infty)$. **B.** $(-3;+\infty)\setminus\{\pm 1\}$. **C.** $(1;+\infty]$. **D.** $[-3;+\infty)\setminus\{\pm 1\}$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x^2-1\neq 0\\x+3\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\pm 1\\x\geq -3\end{cases}$.

Câu 27: Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{\sqrt{x-1}}=\frac{\sqrt{5-2x}}{x-2}$ là:

A. $x\geq 1$ và $x\neq 2$. **B.** $x>1$ và $x\neq 2$. **C.** $1\leq x\leq\frac{5}{2}$. **D.** $1<x\leq\frac{5}{2}$ và $x\neq 2$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x-1>0\\x-2\neq 0\\5-2x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x\neq 2\\x\leq\frac{5}{2}\end{cases}.\Leftrightarrow\begin{cases}1<x\leq\frac{5}{2}\\x\neq 2\end{cases}$.

Câu 28: Tậpnghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x}=\sqrt{2x-x^2}$ là:

A. $T=\{0\}$. **B.** $T=\varnothing$. **C.** $T=\{0\ ;\ 2\}$. **D.** $T=\{2\}$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x^2-2x\geq 0\\2x-x^2\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Thay $x=0$ và $x=2$ vào phương trình thỏa mãn.Vậy tập nghiệm: $T=\{0\ ;\ 2\}$.

Câu 29: Tậpnghiệm của phương trình $\frac{\sqrt{x}}{x}=\sqrt{-x}$ là:

A. $T=\{0\}$. **B.** $T=\varnothing$. **C.** $T=\{1\}$. **D.** $T=\{-1\}$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x\geq 0\\-x\geq 0\\x\neq 0\end{cases}$ hệ vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm: $T=\varnothing$.

Câu 30: Cho phương trình $2x^2 - x = 0\ (1)$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình (1)?

A. $2x - \dfrac{x}{1-x} = 0$.   **B.** $4x^3 - x = 0$.

C. $\left(2x^2 - x\right)^2 = 0$.   **D.** $x^2 - 2x + 1 = 0$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có: * $2x - \dfrac{x}{1-x} = 0 \Rightarrow 2x^2 - x = 0$

$$* \ 4x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 4x^2 - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{1}{2} \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$* \ \left(2x^2 - x\right)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$* \ x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Câu 31: Phương trình $x^2 = 3x$ tương đương với phương trình:

A. $x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2}$.   **B.** $x^2 + \dfrac{1}{x-3} = 3x + \dfrac{1}{x-3}$.

C. $x^2\sqrt{x-3} = 3x\sqrt{x-3}$.   **D.** $x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1}$.

Lời giải.

Chọn D.

Vì hai phương trình có cùng tập nghiệm $T = \{0;3\}$.

Câu 32: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x - 2 = 1$.   **B.** $\dfrac{x(x-1)}{(x-1)} = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

C. $|3x-2| = x - 3 \Rightarrow 8x^2 - 4x - 5 = 0$.   **D.** $\sqrt{x-3} = \sqrt{9-2x} \Rightarrow 3x - 12 = 0$.

Lời giải.

Chọn B.

Vì phương trình $\dfrac{x(x-1)}{(x-1)} = 1$ có điều kiện xác định là $x \neq 1$.

Câu 33: Khi giải phương trình $\sqrt{3x^2+1} = 2x + 1\ (1)$, ta tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$$3x^2 + 1 = (2x+1)^2\ (2)$$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = -4$.

Bước 3: Khi $x = 0$, ta có $3x^2 + 1 > 0$. Khi $x = -4$, ta có $3x^2 + 1 > 0$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\{0;-4\}$.

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng.   **B.** Sai ở bước 1.

C. Sai ở bước 2.　　**D.** Sai ở bước 3.

Lời giải.

Chọn D.

Vì phương trình (2) là phương trình hệ quả nên ta cần thay nghiệm $x=0$; $x=-4$ vào phương trình (1) để thử lại.

Câu 34: Khi giải phương trình $\sqrt{x^2-5}=2-x$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$$x^2-5=(2-x)^2 \ (2)$$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $4x=9$.

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x=\frac{9}{4}$.

Vậy phương trình có một nghiệm là: $x=\frac{9}{4}$.

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng.　　**B.** Sai ở bước1.

C. Sai ở bước 2.　　**D.** Sai ở bước 3.

Lời giải.

Chọn D.

Vì phương trình (2) là phương trình hệ quả nên ta cần thay nghiệm $x=\frac{9}{4}$ vào phương trình (1) để thử lại.

Câu 35: Khi giải phương trình $|x-2|=2x-3$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$$x^2-4x+4=4x^2-12x+9 \ (2)$$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $3x^2-8x+5=0$.

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x=1\cup x=\frac{5}{3}$.

Bước 4:Vậy phương trình có nghiệm là: $x=1$ và $x=\frac{5}{3}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 1.　　**B.** Sai ở bước 2.

C. Sai ở bước 3.　　**D.** Sai ở bước 4 .

Lời giải.

Chọn D.

Vì phương trình (2) là phương trình hệ quả nên ta cần thay nghiệm vào phương trình (1) để thử lại.

Câu 36: Khi giải phương trình $\frac{(x-3)(x-4)}{\sqrt{x-2}}=0$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1)\Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x-2}}(x-4)=0 \ (2)$

Bước 2:$\Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x-2}}=0\cup x-4=0$.

Bước 3: $\Leftrightarrow x=3\cup x=4$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T=\{3;4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 3. **D.** Sai ở bước 4.

Lời giải.

Chọn B.

Vì biến đổi tương đương mà chưa đặt điều kiên.

Câu 37: Khi giải phương trình $\frac{(x-5)(x-4)}{\sqrt{x}-3}=0\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1)\Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x}-3}(x-4)=0\ (2)$

Bước 2: $\Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x}-3}=0 \cup x-4=0$.

Bước 3: $\Leftrightarrow x=5\cup x=4$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T=\{5;4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 3. **D.** Sai ở bước 4.

Lời giải.

Chọn B.

Vì biến đổi tương đương mà chưa đặt điều kiên.

Câu 38: Khi giải phương trình $x+\frac{1}{x+2}=-\frac{2x+3}{x+2}\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: đk: $x\neq -2$

Bước 2: với điều kiện trên $(1)\Leftrightarrow x(x+2)+1=-(2x+3)\ (2)$

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x^2+4x+4=0\Leftrightarrow x=-2$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T=\{-2\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 3. **D.** Sai ở bước 4.

Lời giải.

Chọn D.

Vì không kiểm tra với điều kiện.

Câu 39: Cho phương trình: $2x^2-x=0\ (1)$. Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình (1)?

A. $2x-\frac{x}{1-x}=0$. **B.** $4x^3-x=0$.

C. $(2x^2-x)^2+(x-5)^2=0$. **D.** $x^2-2x+1=0$.

Lời giải.

Chọn D.

Vì $*\ 2x^2-x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

$*\ x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x=1$.

Câu 40: Phương trìnhsau có bao nhiêu nghiệm $\sqrt{x}=\sqrt{-x}$

.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: $\sqrt{x} = \sqrt{-x} \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 41: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $|x| = -x$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có: $|x| = -x \Leftrightarrow x \le 0$.

Câu 42: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: $\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x} \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 43: Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $|x-2| = 2-x$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có: $|x-2| = 2-x \Leftrightarrow x-2 \le 0 \Leftrightarrow x \le 2$

Câu 44: Phương trình $\sqrt{-x^2+10x-25} = 0$

A. vô nghiệm. **B.** vô số nghiệm.

C. mọi x đều là nghiệm. **D.** có nghiệm duy nhất.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có: $\sqrt{-x^2+10x-25} = 0 \Leftrightarrow -x^2+10x-25 = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 5$.

Câu 45: Phương trình $\sqrt{2x+5} = \sqrt{-2x-5}$ có nghiệm là :

A. $x = \frac{5}{2}$. **B.** $x = -\frac{5}{2}$.

C. $x = -\frac{2}{5}$. **D.** $x = \frac{2}{5}$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: $\sqrt{2x+5} = \sqrt{-2x-5} \Leftrightarrow 2x+5 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$.

Câu 46: Tập nghiệm của phương trình $x - \sqrt{x-3} = \sqrt{3-x} + 3$ là

A. $S = \varnothing$. **B.** $S = \{3\}$. **C.** $S = [3;+\infty)$. **D.** $S = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: $x - \sqrt{x-3} = \sqrt{3-x} + 3 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 47: Tập nghiệm của phương trình $x + \sqrt{x} = \sqrt{x} - 1$ là

A. $S = \varnothing$. **B.** $S = \{-1\}$. **C.** $S = \{0\}$. **D.** $S = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $x+\sqrt{x}=\sqrt{x}-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x=-1 \end{cases}$ phương trình vô nghiệm.

Câu 48: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}\left(x^2-3x+2\right)=0$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{2\}$. **D.** $S=\{1;2\}$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $\sqrt{x-2}(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow x=2 \wedge \begin{cases} x>2 \\ x^2-3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2 \wedge x>2 \wedge \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=2$.

Câu 49: Cho phương trình $\sqrt{x-1}(x-2)=0$ (1) và $x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1}$ (2).

Khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau là:

A. (1) và (2) tương đương. **B.** (2) là phương trình hệ quả của (1).

C. (1) là phương trình hệ quả của (2). **D.** Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array}\right.$. $(2) \Leftrightarrow x=1$.

Vậy (1) là phương trình hệ quả của (2).

Câu 50: Cho phương trình $\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$ (1) và $x^2-x-2=0$ (2).

Khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau là:

A. (1) và (2) tương đương. **B.** (2) là phương trình hệ quả của (1).

C. (1) là phương trình hệ quả của (2). **D.** Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: $(1) \Leftrightarrow x=2$. $(2) \Leftrightarrow x=-1 \cup x=2$.

Vậy (2) là phương trình hệ quả của (1).

§ 2. Phương trình bậc nhất một ẩn

☆☆☆

Giải và biện luận phương trình $ax+b=0 \Leftrightarrow ax=-b \quad (i)$		
Hệ số		**Kết luận**
$a\neq 0$		(i) có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{b}{a}$.
$a=0$	$b\neq 0$	(i) vô nghiệm.
	$b=0$	(i) nghiệm đúng với mọi x.

Bài toán tìm tham số trong phương trình bậc nhất $ax+b=0 \quad (ii)$

- Để phương trình (ii) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a\neq 0.$
- Để phương trình (ii) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ (vô số nghiệm) $\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$.
- Để phương trình (ii) vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases}$.
- Để phương trình (ii) có nghiệm $\Leftrightarrow$ có nghiệm duy nhất hoặc có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a\neq 0 \\ \begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases} \end{array}\right.$.

★ **Lưu ý**: Có nghiệm là trường hợp ngược lại của vô nghiệm. Do đó, tìm điều kiện để (ii) có nghiệm, thông thường ta tìm điều kiện để (ii) vô nghiệm, rồi lấy kết quả ngược lại.

§ 3. Phương trình bậc hai một ẩn

☆☆☆

Giải và biện luận phương trình bậc hai: $ax^2+bx+c=0 \quad (i)$

Phương pháp:

Bước 1. Biến đổi phương trình về đúng dạng $ax^2+bx+c=0.$

Bước 2. Nếu hệ số a chứa tham số, ta xét 2 trường hợp:

- Trường hợp 1: $a=0,$ ta giải và biện luận $ax+b=0.$
- Trường hợp 2: $a\neq 0.$ Ta lập $\Delta=b^2-4ac.$ Khi đó:
  - Nếu $\Delta>0$ thì (i) có 2 nghiệm phân biệt $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$.
  - Nếu $\Delta=0$ thì (i) có 1 nghiệm (kép): $x=-\dfrac{b}{2a}$.
  - Nếu $\Delta<0$ thì (i) vô nghiệm.

Bước 3. Kết luận.

Lưu ý:

- Phương trình (i) có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta\geq 0 \end{cases}$.
- Phương trình (i) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$.

Câu 1. Cho phương trình $ax+b=0$. Chọn mệnh đề đúng:

A. Nếu phương trình có nghiệm thì a khác 0.

B. Nếu phương trình vô nghiệm thì $a=0$.

C. Nếu phương trình vô nghiệm thì $b=0$.

D. Nếu phương trình có nghiệm thì b khác 0.

Lời giải

Chọn B

Nếu $a\neq 0$ thì phương trình có nghiệm $x=-\dfrac{b}{a}$.

Nếu $a=0$ và $b=0$ thì phương trình có vô số nghiệm.

Nếu $a=0$ và $b\neq 0$ thì phương trình có vô nghiệm.

Bởi vậy chọn B.

Câu 2. Phương trình $ax^2+bx+c=0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi:

A. $a=0$.

B. $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases}$.

C. $a=b=0$.

D. $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta=0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Với $a\neq 0$ để phương trình có nghiệm duy nhất khi $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta=0 \end{cases}$

Với $a=0$ để phương trình có nghiệm duy nhất khi $\begin{cases} b\neq 0 \\ a=0 \end{cases}$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 3. Phương trình $x^2-\left(2+\sqrt{3}\right)x+2\sqrt{3}=0$:

A. Có 2 nghiệm trái dấu.

B. Có 2 nghiệm âm phân biệt.

C. Có 2 nghiệm dương phân biệt.

D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^2-\left(2+\sqrt{3}\right)x+2\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 4. Phương trình $x^2+m=0$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\leq 0$. **D.** $m\geq 0$.

Lời giải

Chọn C

$x^2+m=0 \Leftrightarrow x^2=-m$

Phương trình có nghiệm khi $m\leq 0$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 5. Cho phương trình $ax^2+bx+c=0\;(1)$. Hãy chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Nếu $P<0$ thì (1) có 2 nghiệm trái dấu.

B. Nếu $P>0$ và $S<0$ thì (1) có 2 nghiệm.

C. Nếu $P>0$ và $S<0$ và $\Delta>0$ thì (1) có 2 nghiệm âm.

D. Nếu $P>0$ và $S<0$ và $\Delta>0$ thì (1) có 2 nghiệm dương.

Lời giải

Chọn B

Ta xét phương trình $x^2-x+1=0$ vô nghiệm với $P=1>0,\ S=-1<0$.
Bởi vậy chọn B.

Câu 6. Cho phương trình $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi :

A. $\Delta>0$ và $P>0$.
B. $\Delta>0$ và $P>0$ và $S<0$.
C. $\Delta>0$ và $P>0$ và $S<0$.
D. $\Delta>0$ và $S<0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta>0\\ S<0\\ P>0\end{cases}$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 7. Cho phương trình $\left(\sqrt{3}+1\right)x^2+\left(2-\sqrt{5}\right)x+\sqrt{2}-\sqrt{3}=0$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Phương trình vô nghiệm.
B. Phương trình có 2 nghiệm dương.
C. Phương trình có 2 nghiệm trái dấu.
D. Phương trình có 2 nghiệm âm.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$ nên pt có 2 nghiệm trái dấu.
Bởi vậy chọn C.

Câu 8. Hai số $1-\sqrt{2}$ và $1+\sqrt{2}$ là các nghiệm của phương trình:

A. $x^2-2x-1=0$.
B. $x^2+2x-1=0$.
C. $x^2+2x+1=0$.
D. $x^2-2x+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases}S=2\\ P=-1\end{cases}\Rightarrow pt: x^2-Sx+P=0\Rightarrow x^2-2x-1=0$.

Bởi vậy chọn A.

Câu 9. $\sqrt{2}$ và $\sqrt{3}$ là hai nghiệm của phương trình :

A. $x^2-\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)x-\sqrt{6}=0$.
B. $x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}=0$.
C. $x^2+\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}=0$.
D. $x^2-\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)x-\sqrt{6}=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}S=\sqrt{2}+\sqrt{3}\\ P=\sqrt{6}\end{cases}\Rightarrow pt: x^2-Sx+P=0\Rightarrow x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}=0$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 10. Phương trình $\left(m^2-m\right)x+m-3=0$ là phương trình bậc nhất khi và chỉ khi :

A. $m\neq 0$.
B. $m\neq 1$.
C. $m\neq 0$ hoặc $m\neq 1$.
D. $m\neq 1$ và $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\left(m^2-m\right)x+m-3=0$ là phương trình bậc nhất khi và chỉ khi

$m^2-m\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq 0 \end{cases}$.

Bởi vậy chọn D.

Câu 11. Câu nào sau đây **sai** ?

A. Khi $m=2$ thì phương trình :$(m-2)x+m^2-3m+2=0$ vô nghiệm.

B. Khi $m\neq 1$ thì phương trình :$(m-1)x+3m+2=0$ có nghiệm duy nhất.

C. Khi $m = 2$ thì phương trình : $\dfrac{x-m}{x-2}+\dfrac{x-3}{x}=3$ có nghiệm.

D. Khi $m\neq 2$ và $m\neq 0$ thì phương trình :$\left(m^2-2m\right)x+m+3=0$ có nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A : Khi $m=2$ phương trình có dạng $0.x+0=0$ có nghiêm vô số nghiệm.

Nên chọn A.

Câu 12. Khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau là :

A. Phương trình: $3x+5=0$ có nghiệm là $x=-\dfrac{5}{3}$.

B. Phương trình: $0x-7=0$ vô nghiệm.

C. Phương trình : $0x+0=0$ có tập nghiệm $\mathbb{R}$.

D. Cả a, b, c đều đúng.

Lời giải

Chọn D

Phương trình: $3x+5=0$ có nghiệm là $x=-\dfrac{5}{3}$.

Phương trình: $0x-7=0$ vô nghiệm.

Phương trình : $0x+0=0$ có tập nghiệm $\mathbb{R}$.

Nên chọn D.

Câu 13. Phương trình : $(a-3)x+b=2$ vô nghiệm với giá tri $a,\ b$ là :

A. $a=3,\ b$ tuỳ ý . **B.** a tuỳ ý, $b=2$. **C.** $a=3,\ b=2$. **D.** $a=3,\ b\neq 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(a-3)x+b=2 \Leftrightarrow (a-3)x=2-b$.

Phương trình vô nghiệm khi $\begin{cases} a=3 \\ b\neq 2 \end{cases}$.

Bởi vậy chọn D.

Câu 14. Cho phương trình : $x^2+7x-260=0$ (1) . Biết rằng (1) có nghiệm $x_1 = 13$. Hỏi x_2 bằng bao nhiêu :

A. -27. B. -20. **C.** 20. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x_1+x_2=-7 \Rightarrow x_2=-7-x_1=-20$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 15. Phương trình $\left(m^2-4m+3\right)x=m^2-3m+2$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\neq 1$. **B.** $m\neq 3$. **C.** $m\neq 1$và $m\neq 3$. **D.** $m=1$và $m=3$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có nghiệm khi $\left(m^2-4m+3\right)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq 3 \end{cases}$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 16. Phương trình $\left(m^2-2m\right)x=m^2-3m+2$ có nghiệm khi:

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m\neq 0$ và $m\neq 2$. D. $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có nghiệm khi $m^2-2m\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 2 \end{cases}$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 17. Tìm m để phương trình $\left(m^2-4\right)x=m\left(m+2\right)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$:

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=0$. **D.** $m\neq -2$ và $m\neq 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có vô số nghiệm khi $\begin{cases} m^2-4=0 \\ m\left(m+2\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 18. Phương trình $\left(m^2-3m+2\right)x+m^2+4m+5=0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi:

A. $m=-2$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=1$. **D.** Không tồn tại m.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có vô số nghiệm khi $\begin{cases} m^2-3m+2=0 \\ m^2+4m+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Bởi vậy chọn D.

Câu 19. Phương trình $\left(m^2-5m+6\right)x=m^2-2m$ vô nghiệm khi:

A. $m=1$. **B.** $m=6$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có vô nghiệm khi $\begin{cases} m^2-5m+6=0 \\ m^2-2m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=3$.

Bởi vậy chọn D.

Câu 20. Phương trình $\left(m+1\right)^2x+1=\left(7m-5\right)x+m$ vô nghiệm khi:

A. $m=2$ hoặc $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(m+1\right)^2x+1=\left(7m-5\right)x+m \Leftrightarrow \left(m^2-5m+6\right)=m-1$.

Phương trình có vô nghiệm khi $\begin{cases} m^2-5m+6=0 \\ m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Bởi vậy chọn A.

Câu 21. Điều kiện để phương trình $m(x-m+3)=m(x-2)+6$ vô nghiệm là:

A. $m=2$ hoặc $m=3$. **B.** $m\neq 2$ và $m\neq 3$. **C.** $m\neq 2$ hoặc $m=3$. **D.** $m=2$ hoặc $m\neq 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $m(x-m+3)=m(x-2)+6 \Leftrightarrow 0.x=m^2-5m+6$.

Phương trình vô nghiệm khi $m^2-5m+6\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ m\neq 3 \end{cases}$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 22. Phương trình $(m-1)x^2+3x-1=0$. Phương trình có nghiệm khi:

A. $m\geq -\frac{5}{4}$. **B.** $m\leq -\frac{5}{4}$. **C.** $m=-\frac{5}{4}$. **D.** $m=\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Với $m=1$ ta được phương trình $3x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$.

Với $m\neq 1$ Phương trình có nghiệm khi $3^2+4(m-1)\geq 0 \Leftrightarrow m\geq -\frac{5}{4}$.

Bởi vậy chọn A.

Câu 23. Cho phương trình $x^2+2(m+2)x-2m-1=0$ (1). Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm:

A. $m\leq -5$ hoặc $m\geq -1$. **B.** $m<-5$ hoặc $m>-1$.
C. $-5\leq m\leq -1$. **D.** $m\leq 1$ hoặc $m\geq 5$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình có nghiệm khi $(m+2)^2+2m+1\geq 0 \Leftrightarrow m^2+6m+5\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq -1 \\ m\leq -5 \end{array}\right.$.

Bởi vậy chọn A.

Câu 24. Cho phương trình $mx^2-2(m-2)x+m-3=0$. Khẳng định nào sau đây là **sai**:

A. Nếu $m>4$ thì phương trình vô nghiệm.

B. Nếu $0\neq m\leq 4$ thì phương trình có nghiệm: $x=\frac{m-2-\sqrt{4-m}}{m}$, $x=\frac{m-2+\sqrt{4-m}}{m}$.

C. Nếu $m=0$ thì phương trình có nghiệm $x=\frac{3}{4}$.

D. Nếu $m=4$ thì phương trình có nghiệm kép $x=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Với $m=0$ ta được phương trình $4x-3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{4}$.

Với $m\neq 0$ ta có $\Delta=(m-2)^2-m(m-3)=-m+4$.

Với $m=4$ phương trình có nghiệm kép $x=\frac{1}{2}$.

Bởi vậy chọn D.

Câu 25. Với giá trị nào của m thì phương trình: $mx^2+2(m-2)x+m-3=0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. $m\leq 4$. **B.** $m<4$. **C.** $m<4$ và $m\neq 0$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} m\neq 0 \\ (m-2)^2-m(m-3)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ -m+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m<4 \end{cases}$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 26. Cho phương trình $(x-1)(x^2-4mx-4)=0$ .Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi:

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\neq 0$. **C.** $m\neq\frac{3}{4}$. **D.** $m\neq-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $x^2-4mx-4=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow\begin{cases}4m^2+4>0\\-4m-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\neq-\frac{3}{4}$.

Bởi vậy chọn D.

Câu 27. Cho phương trình $(m+1)x^2-6(m+1)x+2m+3=0\ (1)$. Với giá trị nào sau đây của m thì phương trình (1) có nghiệm kép?

A. $m=\frac{7}{6}$. **B.** $m=\frac{6}{7}$. **C.** $m=-\frac{6}{7}$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có nghiệm kép khi

$\begin{cases}m\neq-1\\9(m+1)^2-(2m+3)(m+1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq-1\\(m+1)(7m+6)=0\end{cases}\Leftrightarrow m=-\frac{6}{7}$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 28. Với giá trị nào của m thì phương trình $2(x^2-1)=x(mx+1)$ có nghiệm duy nhất:

A. $m=\frac{17}{8}$. **B.** $m=2$ hoặc $m=\frac{17}{8}$.

C. $m=2$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2(x^2-1)=x(mx+1)\Leftrightarrow(m-2)x^2+x+2=0$.

Với $m=2$ phương trình có nghiệm $x=-2$.

Với $m\neq 2$ phương trình có nghiệm duy nhất khi $\begin{cases}m\neq 2\\1-8(m-2)=0\end{cases}\Leftrightarrow m=\frac{17}{8}$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 29. Để hai đồ thị $y=-x^2-2x+3$ và $y=x^2-m$ có hai điểm chung thì:

A. $m=-3,5$. **B.** $m<-3,5$. **C.** $m>-3,5$. **D.** $m\geq-3,5$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $-x^2-2x+3=x^2-m\Leftrightarrow 2x^2+2x-m-3=0$.

Hai đồ thị có hai điểm chung khi $1+2m+6>0\Leftrightarrow m>-\frac{7}{2}$.

Bởi vậy chọn D.

Câu 30. Nghiệm của phương trình $x^2-3x+5=0$ có thể xem là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

A. $y=x^2$ và $y=-3x+5$. **B.** $y=x^2$ và $y=-3x-5$.

C. $y=x^2$ và $y=3x-5$. **D.** $y=x^2$ và $y=3x+5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^2-3x+5=0 \Leftrightarrow x^2=3x-5$.
Bởi vậy chọn C.

Câu 31. Tìm điều kiện của m để phương trình $x^2+4mx+m^2=0$ có 2 nghiệm âm phân biệt:

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\geq 0$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases}4m^2-m^2>0\\-4m<0\\m^2>0\end{cases} \Leftrightarrow m>0$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 32. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2-3x-1=0$. Ta có tổng $x_1^2+x_2^2$ bằng:

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x_1+x_2=3; x_1x_2=-1 \Rightarrow x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=11$.
Bởi vậy chọn D.

Câu 33. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $2x^2-4x-1=0$. Khi đó, giá trị của $T=\left|x_1-x_2\right|$ là:

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x_1+x_2=2$, $x_1x_2=-\frac{1}{2} \Rightarrow \left|x_1-x_2\right|=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2}=\sqrt{\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2}=\sqrt{6}$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 34. Nếu biết các nghiệm của phương trình: $x^2+px+q=0$ là lập phương các nghiệm của phương trình $x^2+mx+n=0$. Thế thì:

A. $p+q=m^3$. **B.** $p=m^3+3mn$. **C.** $p=m^3-3mn$. **D.** Một đáp số khác.

Lời giải

Chọn C

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của $x^2+px+q=0$

Gọi x_3, x_4 là nghiệm của $x^2+mx+n=0$

Khi đó $x_1+x_2=-p$, $x_3+x_4=-m$, $x_3.x_4=n$.

Theo yêu cầu ta có $\begin{cases}x_1={x_3}^3\\x_2={x_4}^3\end{cases} \Rightarrow x_1+x_2={x_3}^3+{x_4}^3 \Leftrightarrow x_1+x_2=\left(x_3+x_4\right)^3-3x_3x_4\left(x_3+x_4\right)$

$\Rightarrow -p=-m^3+3mn \Rightarrow p=m^3-3mn$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 35. Phương trình : $3\left(m+4\right)x+1=2x+2\left(m-3\right)$ có nghiệm có nghiệm duy nhất, với giá trị của m là :

A. $m=\frac{4}{3}$. **B.** $m=-\frac{3}{4}$. **C.** $m\neq\frac{10}{3}$. **D.** $m\neq\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3\left(m+4\right)x+1=2x+2\left(m-3\right) \Leftrightarrow \left(3m+10\right)x=2m-7$.

Phương trình có nghiệm có nghiệm duy nhất khi $3m+10\neq 0 \Leftrightarrow m\neq-\frac{10}{3}$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 36. Tìm m để phương trình : $\left(m^2-2\right)(x+1)=x+2$ vô nghiệm với giá trị của m là :

A. $m=0$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=\pm 2$. **D.** $m=\pm\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(m^2-2\right)(x+1)=x+2 \Leftrightarrow \left(m^2-3\right)x=4-m^2$.

Phương trình vô nghiệm khi $\begin{cases} m^2-3=0 \\ 4-m^2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\sqrt{3} \\ m=-\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Bởi vậy chọn D.

Câu 37. Để phương trình $m^2(x-1)=4x+5m+4$ có nghiệm âm, giá trị thích hợp cho tham số m là :

A. $m<-4$ hay $m>-2$. **B.** $-4<m<-2$ hay $-1<m<2$.
C. $m<-2$ hay $m>2$. **D.** $m<-4$ hay $m>-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $m^2(x-1)=4x+5m+4 \Leftrightarrow \left(m^2-4\right)x=m^2+5m+4$.

Phương trình có nghiệm âm khi $\begin{cases} m^2-4\neq 0 \\ \dfrac{m^2+5m+4}{m^2-4}<0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-4;-2)\cup(-1;2)$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 38. Điều kiện cho tham số m để phương trình $(m-1)x=m-2$ có nghiệm âm là :

A. $m<1$. **B.** $m=1$. **C.** $1<m<2$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có nghiệm âm khi $\dfrac{m-2}{m-1}<0 \Leftrightarrow 1<m<2$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 39. Cho phương trình : $m^3x = mx + m^2 - m$. Để phương trình có vô số nghiệm, giá trị của tham số m là :

A. $m=0$ hay $m=1$. **B.** $m=0$ hay $m=-1$.
C. $m=-1$ hay $m=1$. **D.** Không có giá trị nào của m.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $m^3x=mx+m^2-m \Leftrightarrow \left(m^3-m\right)x=m^2-m$.

phương trình có vô số nghiệm khi $\begin{cases} m^3-m=0 \\ m^2-m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Bởi vậy chọn A.

Câu 40. Cho phương trình bậc hai : $x^2-2(m+6)x+m^2=0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm kép và tìm nghiệm kép đó ?

A. $m=-3$, $x_1=x_2=3$. **B.** $m=-3$, $x_1=x_2=-3$.
C. $m=3$, $x_1=x_2=3$. **D.** $m=3$, $x_1=x_2=-3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta'=(m+6)^2-m^2=12m+36=0 \Leftrightarrow m=-3 \Rightarrow x_1=x_2=3$.

Bởi vậy chọn A.

Câu 41. Cho phương trình bậc hai: $(m-1)x^2-6(m-1)x+2m-3=0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm kép ?

A. $m=\frac{7}{6}$. **B.** $m=-\frac{6}{7}$. **C.** $m=\frac{6}{7}$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn C

phương trình có nghiệm kép khi

$$\begin{cases} m\neq 1 \\ \Delta'=9(m-1)^2-(m-1)(2m-3)=0 \end{cases} \Leftrightarrow 2m-3=9m-9 \Leftrightarrow m=\frac{6}{7}.$$

Bởi vậy chọn C.

Câu 42. Để phương trình $mx^2+2(m-3)x+m-5=0$ vô nghiệm, với giá trị của m là

A. $m>9$. **B.** $m\geq 9$. **C.** $m<9$. **D.** $m<9$ và $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn A

Với $m=0$ phương trình thu được $-6x-5=0$ suy ra phương trình này có nghiệm.

Với $m\neq 0$ phương trình vô nghiệm khi $(m-3)^2-m(m-5)<0 \Leftrightarrow -m+9<0 \Leftrightarrow m>9$.

Bởi vậy chọn A .

Câu 43. Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2+3x-10=0$. Giá trị của tổng $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ là :

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $-\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $-\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{-3}{-10}=\frac{3}{10}$.

Bởi vậy chọn C.

Câu 44. Cho phương trình : $x^2-2a(x-1)-1=0$. Khi tổng các nghiệm và tổng bình phương các nghiệm của phương trình bằng nhau thì giá trị của tham số a bằng :

A. $a=\frac{1}{2}$ hay $a=1$. **B.** $a=-\frac{1}{2}$ hay $a=-1$.

C. $a=\frac{3}{2}$ hay $a=2$. **D.** $a=-\frac{3}{2}$ hay $a=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2-2a(x-1)-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2a-1 \end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán $x_1+x_2=x_1^2+x_2^2 \Rightarrow x_1+x_2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

$$\Rightarrow 2a=4a^2-4a+2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=\frac{1}{2} \end{array}\right..$$

Bởi vậy chọn A.

Câu 45. Khi hai phương trình: $x^2+ax+1=0$ và $x^2+x+a=0$ có nghiệm chung, thì giá trị thích hợp của tham số a là:

A. $a=2$. **B.** $a=-2$. **C.** $a=1$. **D.** $a=-1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hệ : $\begin{cases} x^2+ax+1=0 \\ x^2+x+a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)x=a-1 \\ x^2+x+a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ x=1 \end{array}\right. \cap x^2+x+a=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ a=-2 \end{cases}$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị của a để hai phương trình: $x^2+ax+1=0$ và $x^2-x-a=0$ có một nghiệm chung?

A. 0 **B.** vô số **C.** 3 **D.** 1

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} x^2+ax+1=0 \\ x^2-x-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)x+a+1=0 \\ x^2-x-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ x=-1 \end{array}\right. \cap x^2-x-a=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ a=2 \end{cases}$.

Bởi vậy chọn D.

Câu 47. Nếu $a,\ b,\ c,\ d$ là các số khác 0, biết c và d là nghiệm của phương trình $x^2+ax+b=0$ và $a,\ b$ là nghiệm của phương trình $x^2+cx+d=0$. Thế thì $a+b+c+d$ bằng:

A. -2. **B.** 0. **C.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

c và d là nghiệm của phương trình $x^2+ax+b=0 \Rightarrow \begin{cases} c+d=-a & (1) \\ cd=b & (2) \end{cases}$

$a,\ b$ là nghiệm của phương trình $x^2+cx+d=0 \Rightarrow \begin{cases} a+b=-c & (3) \\ ab=d & (4) \end{cases}$

$(3);(4);(1) \Rightarrow -a-b+ab=-a \Rightarrow -b+ab=0 \Rightarrow a=1$

$(3);(4);(2) \Rightarrow (a+b)ab=-b \Rightarrow (a+b)a=-1 \Rightarrow b=-2 \Rightarrow c=1,\ d=-2$

$\Rightarrow a+b+c+d=-2$

Bởi vậy chọn A.

Câu 48. Cho phương trình $x^2+px+q=0$, trong đó $p>0$, $q>0$. Nếu hiệu các nghiệm của phương trình là 1. Thế thì p bằng:

A. $\sqrt{4q+1}$. **B.** $\sqrt{4q-1}$. **C.** $-\sqrt{4q+1}$. **D.** Một đáp số khác.

Lời giải

Chọn A

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của $x^2+px+q=0$ khi đó $\begin{cases} x_1+x_2=-p \\ x_1x_2=q \end{cases}$.

Ta có $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{p^2-4q}=1 \Rightarrow p=\sqrt{4q+1}$.

Bởi vậy chọn A.

Câu 49. Cho hai phương trình: $x^2-2mx+1=0$ và $x^2-2x+m=0$. Có hai giá trị của m để phương trình này có một nghiệm là nghịch đảo của một nghiệm của phương trình ki**A.** Tổng hai giá trị ấy gần nhất với hai số nào dưới đây?

A. $-0,2$ **B.** 0 **C.** $0,2$ **D.** Một đáp số khác

Lời giải

Chọn B

Gọi $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $x^2-2mx+1=0$ khi đó $x_1+x_2=2m$.

Gọi $x_3; x_4$ là nghiệm của phương trình $x^2-2x+m=0$ khi đó $x_3+x_4=2$.

Ta có: $\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{x_3} \\ x_2=\dfrac{1}{x_4} \end{cases} \Rightarrow x_1+x_2=\dfrac{1}{x_3}+\dfrac{1}{x_4} \Rightarrow x_1+x_2=\dfrac{x_3+x_4}{x_3x_4} \Rightarrow 2m=\dfrac{2}{m} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Bởi vậy chọn B.

Câu 50. Số nguyên k nhỏ nhất sao cho phương trình : $2x(kx-4)-x^2+6=0$ vô nghiệm là :

A. $k=-1$. **B.** $k=1$. **C.** $k=2$. **D.** $k=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2x(kx-4)-x^2+6=0 \Leftrightarrow (2k-1)x^2-8x+6=0$.

phương trình : $2x(kx-4)-x^2+6=0$ vô nghiệm khi

$$\begin{cases} 2k-1\neq 0 \\ 16-6(2k-1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\neq \dfrac{1}{2} \\ -12k+22<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\neq \dfrac{1}{2} \\ k>\dfrac{11}{6} \end{cases}.$$

Bởi vậy chọn C.

§ 4. Một số phương trình quy về phương trình bậc nhất hoặc phương trình bậc hai

☆☆☆

Dạng toán 1: Phương trình bậc ba, phương trình bậc bốn

Phương trình trùng phương: $ax^4+bx^2+c=0,\ (a\neq 0)$ (*)

— Đặt $t=x^2\geq 0$ thì $(*)\Leftrightarrow at^2+bt+c=0$ (**)

— Để xác định số nghiệm của $(*)$, ta dựa vào số nghiệm của $(**)$ và dấu của chúng, cụ thể:

- Để $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(**) \text{ vô nghiệm}\\ (**) \text{ có nghiệm kép âm}\\ (**) \text{ có 2 nghiệm âm}\end{array}\right.$.
- Để $(*)$ có 1 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(**) \text{ có nghiệm kép } t_1=t_2=0\\ (**) \text{ có 1 nghiệm bằng 0, nghiệm còn lại âm}\end{array}\right.$.
- Để $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(**) \text{ có nghiệm kép dương}\\ (**) \text{ có 2 nghiệm trái dấu}\end{array}\right.$.
- Để $(*)$ có 3 nghiệm $\Leftrightarrow (**)$ có 1 nghiệm bằng 0 và nghiệm còn lại dương.
- Để $(*)$ có 4 nghiệm $\Leftrightarrow (**)$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

Một số dạng phương trình bậc bốn quy về bậc hai

① **Loại 1**. $\boxed{ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0}$ với $\dfrac{e}{a}=\left(\dfrac{d}{b}\right)^2\neq 0.$

⟶ **Phương pháp giải**: Chia hai vế cho $x^2\neq 0$, rồi đặt $t=x+\dfrac{\alpha}{x}\Rightarrow t^2=\left(x+\dfrac{\alpha}{x}\right)^2$ với $\alpha=\dfrac{d}{b}\cdot$

② **Loại 2**. $\boxed{(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=e}$ với $a+c=b+d.$

⟶ **Phương pháp giải**: $\left[(x+a)(x+c)\right]\cdot\left[(x+b)(x+d)\right]=e$

$\Leftrightarrow\left[x^2+(a+c)x+ac\right]\cdot\left[x^2+(b+d)x+bd\right]=e$ và đặt $t=x^2+(a+c)x.$

③ **Loại 3**. $\boxed{(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=ex^2}$ với $a.b=c.d.$

⟶ **Phương pháp giải**: Đặt $t=x^2+ab+\dfrac{a+b+c+d}{2}\cdot x$ thì phương trình

$\Leftrightarrow\left(t+\dfrac{a+b-c-d}{2}\cdot x\right)\cdot\left(t-\dfrac{a+b-c-d}{2}\cdot x\right)=ex^2$ (có dạng đẳng cấp)

④ **Loại 4**. $\boxed{(x+a)^4+(x+b)^4=c}$

⟶ **Phương pháp giải**: Đặt $x=t-\dfrac{a+b}{2}\Rightarrow(t+\alpha)^4+(t-\alpha)^4=c$ với $\alpha=\dfrac{a-b}{2}\cdot$

⑤ **Loại 5**. $\boxed{x^4=ax^2+bx+c}$ (1)

⟶ **Phương pháp giải**: Tạo ra dạng $A^2=B^2$ bằng cách thêm hai vế cho một lượng $2k.x^2+k^2$, tức phương trình (1) tương đương:

$(x^2)^2+2kx^2+k^2=(2k+a)x^2+bx+c+k^2 \Leftrightarrow (x^2+k)^2=(2k+a)x^2+bx+c+k^2$.

Cần vế phải có dạng bình phương $\Rightarrow \begin{cases} 2k+a>0 \\ \Delta_{VP}=b^2-4(2k+a)(c+k^2)=0 \end{cases} \Rightarrow k=?$

⑥ **Loại 6**. $\boxed{x^4+ax^3=bx^2+cx+d}$ (2)

$\longrightarrow$ **Phương pháp giải**: Tạo $A^2=B^2$ bằng cách thêm ở vế phải 1 biểu thức để tạo ra dạng bình phương: $\left(x^2+\frac{a}{2}x+k\right)^2=x^4+ax^3+\left(2k+\frac{a^2}{4}\right)x^2+kax+k^2$. Do đó ta sẽ cộng thêm hai vế của phương trình (2) một lượng: $\left(2k+\frac{a^2}{4}\right)x^2+kax+k^2$, thì phương trình

$$(2) \Leftrightarrow \left(x^2+\frac{a}{2}x+k\right)^2=\left(2k+\frac{a^2}{4}+b\right)x^2+(ka+c)x+k^2+d.$$

Lúc này cần số k thỏa: $\begin{cases} 2k+\frac{a^2}{4}+b>0 \\ \Delta_{VP}=(ka+c)^2-4\left(2k+\frac{a^2}{4}+b\right)(k^2+d)=0 \end{cases} \Rightarrow k=?$

★ **Lưu ý**: Với sự hỗ trợ của casio, ta hoàn toàn có thể giải được phương trình bậc bốn bằng phương pháp tách nhân tử. Tức sử dụng chức năng table của casio để tìm nhân tử bậc hai, sau đó lấy bậc bốn chia cho nhân tử bậc hai, thu được bậc hai. Khi đó bậc bốn được viết lại thành tích của 2 bậc hai.

Phân tích phương trình bậc ba bằng Sơ đồ Hoocner

Khi gặp bài toán chứa tham số trong phương trình bậc ba, ta thường dùng nguyên tắc nhẩm nghiệm sau đó chia Hoocner.

— Nguyên tắc nhẩm nghiệm:
- Nếu tổng các hệ số bằng 0 thì phương trình sẽ có 1 nghiệm $x=1$.
- Nếu tổng các hệ số bậc chẵn bằng tổng các hệ số bậc lẻ thì PT có 1 nghiệm $x=-1$.
- Nếu phương trình chứa tham số, ta sẽ chọn nghiệm x sao cho triệt tiêu đi tham số m và thử lại tính đúng sai.

— Chia Hoocner: đầu rơi – nhân tới – cộng chéo.

Câu 1. Phương trình $\frac{b}{x+1}=a$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $a\neq 0$. B. $a=0$. C. $a\neq 0$ và $b\neq 0$. D. $a=b=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Điều kiện: $x\neq -1$

Phương trình $\frac{b}{x+1}=a\ (1) \Leftrightarrow a(x+1)=b \Leftrightarrow ax=b-a\ (2)$

Phương trình (1) có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có nghiệm duy nhất khác -1

$\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \frac{b-a}{a}\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ b-a\neq a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ b\neq 0 \end{cases}$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $2x+\frac{3}{x-1}=\frac{3x}{x-1}$ là :

A. $S=\left\{1;\frac{3}{2}\right\}$. B. $S=\{1\}$. C. $S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$. D. $S=\varnothing$.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Điều kiện: $x \neq 1$

Phương trình $2x+\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{3x}{x-1} \Leftrightarrow 2x(x-1)+3=3x \Leftrightarrow 2x^2-5x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & l \\ x=\dfrac{3}{2} & n \end{array}\right.$.

Vậy $S=\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\dfrac{(m^2+2)x+3m}{x}=2$ trường hợp $m \neq 0$ là:

A. $T=\left\{-\dfrac{3}{m}\right\}$.

B. $T=\varnothing$.

C. $T=\mathbb{R}$.

D. Cả ba câu trên đều sai.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $x \neq 0$

Phương trình thành $(m^2+2)x+3m=2x \Leftrightarrow m^2x=-3m$

Vì $m \neq 0$ suy ra $x=\dfrac{-3}{m}$.

Câu 4. Tập hợp nghiệm của phương trình $\dfrac{(m^2+2)x+2m}{x}=2 \ (m \neq 0)$ là :

A. $T=\left\{-\dfrac{2}{m}\right\}$.

B. $T=\varnothing$.

C. $T=R$.

D. $T=R \setminus \{0\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $x \neq 0$

Phương trình $\dfrac{(m^2+2)x+2m}{x}=2 \Leftrightarrow m^2x=-2m \Leftrightarrow x=\dfrac{-2}{m}$

Vậy $S=\left\{\dfrac{-2}{m}\right\}$.

Câu 5. Phương trình $\dfrac{x-m}{x+1}=\dfrac{x-2}{x-1}$ có nghiệm duy nhất khi :

A. $m \neq 0$.

B. $m \neq -1$.

C. $m \neq 0$ và $m \neq -1$.

D. Không có m.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$

Phương trình (1) thành

$\dfrac{x-m}{x+1}=\dfrac{x-2}{x-1} \quad (1) \Leftrightarrow (x-m)(x-1)=(x-2)(x+1) \Leftrightarrow x^2-x-mx+m=x^2-x-2$

$\Leftrightarrow mx=m+2 \quad (2)$

Phương trình (1) có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có nghiệm duy nhất khác -1 và 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \dfrac{m+2}{m} \neq 1 \\ \dfrac{m+2}{m} \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m+2 \neq m \\ m+2 \neq -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 2 \neq 0 \quad ld \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}.$$

Câu 6. Biết phương trình: $x-2+\dfrac{x+a}{x-1}=a$ có nghiệm duy nhất và nghiệm đó là nghiệm nguyên. Vậy nghiệm đó là :

A. -2. B. -1. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Điều kiện: $x \neq 1$

Phương trình 1 thành

$$x-2+\frac{x+a}{x-1}=a \Leftrightarrow x^2-3x+2+x+a=ax-a \Leftrightarrow x^2- \ 2+a \ x+2a+2=0 \quad 2$$

Phương trình 1 có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow$ Phương trình 2 có nghiệm duy nhất khác 1hoặc phương trình 2 có 2 nghiệm phân biệt có một nghiệm bằng 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2-4a-4=0 \\ a+1 \neq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} a^2-4a-4>0 \\ a+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2+2\sqrt{2} \\ a=2-2\sqrt{2} \\ a=-1 \end{array} \right.$$

Với $a=2+2\sqrt{2}$ phương trình có nghiệm là $x=2+\sqrt{2}$

Với $a=2-2\sqrt{2}$ phương trình có nghiệm là $x=2-\sqrt{2}$

Với $a=-1$ phương trình có nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x=0 \quad n \\ x=1 \quad l \end{array} \right.$.

Câu 7. Cho phương trình: $\dfrac{2mx-1}{x+1}=3 \quad 1$. Với giá trị nào của m thì phương trình 1 có nghiệm?

A. $m \neq \dfrac{3}{2}$. B. $m \neq 0$.

C. $m \neq \dfrac{3}{2}$ và $m \neq 0$. D. $m \neq \dfrac{3}{2}$ và $m \neq -\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Điều kiện: $x \neq -1$

Phương trình 1 thành $\dfrac{2mx-1}{x+1}=3 \Leftrightarrow 2mx-1=3x+3 \Leftrightarrow \ 2m-3 \ x=4 \quad 2$

Phương trình 1 có nghiệm

$\Leftrightarrow$ Phương trình 2 có nghiệm khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \neq 0 \\ \dfrac{4}{2m-3} \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \dfrac{3}{2} \\ m \neq -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 8. Phương trình $|ax+b|=|cx+d|$ tương đương với phương trình :

A. $ax+b=cx+d$ B. $ax+b=- \ cx+d$

C. $ax+b=cx+d$ hay $ax+b=- \ cx+d$ D. $\sqrt{ax+b}=\sqrt{cx+d}$

Hướng dẫn giải
Chọn **C.**

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình: $|x-2|=|3x-5|\,(1)$ là tập hợp nào sau đây ?

A. $\left\{\frac{3}{2};\frac{7}{4}\right\}$. B. $\left\{-\frac{3}{2};\frac{7}{4}\right\}$. C. $\left\{-\frac{7}{4};-\frac{3}{2}\right\}$. D. $\left\{-\frac{7}{4};\frac{3}{2}\right\}$.

Hướng dẫn giải
Chọn **A.**
Ta có

$$|x-2|=|3x-5| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=3x-5 \\ x-2=5-3x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=3 \\ 4x=7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3}{2} \\ x=\frac{7}{4} \end{array}\right..$$

Câu 10. Phương trình $|2x-4|+|x-1|=0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Hướng dẫn giải
Chọn **A.**
Ta có

$$|2x-4|+|x-1|=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases} \quad vl$$

Suy ra $S=\varnothing$.

Câu 11. Phương trình $|2x-4|-2x+4=0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Hướng dẫn giải
Chọn **D.**
Ta có:

$$|2x-4|-2x+4=0 \Leftrightarrow |2x-4|=2x-4 \Leftrightarrow 2x-4\geq 0 \cap \left[\begin{array}{l} 2x-4=2x-4 \\ 2x-4=4-2x \quad vl \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x\in\mathbb{R} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x\geq 2$.

Câu 12. Với giá trị nào của a thì phương trình: $3|x|+2ax=-1$ có nghiệm duy nhất:

A. $a>\frac{3}{2}$. B. $a<\frac{-3}{2}$. C. $a\neq\left\{\frac{-3}{2};\frac{3}{2}\right\}$. D. $a<\frac{-3}{2}\vee a>\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải
Chọn **D.**
Ta có:

$$3|x|+2ax=-1 \Leftrightarrow 3|x|=-1-2ax \Leftrightarrow -1-2ax\geq 0 \cap \left[\begin{array}{l} 3x=-1-2ax \\ 3x=1+2ax \end{array}\right. \Leftrightarrow 2ax\leq -1 \cap$$

$$\left[\begin{array}{l} 3+2a\;\; x=-1 \quad 2 \\ 3-2a\;\; x=1 \quad\;\; 3 \end{array}\right.$$. Giải hệ này ta được $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<\frac{-3}{2} \\ a>\frac{3}{2} \end{array}\right.$

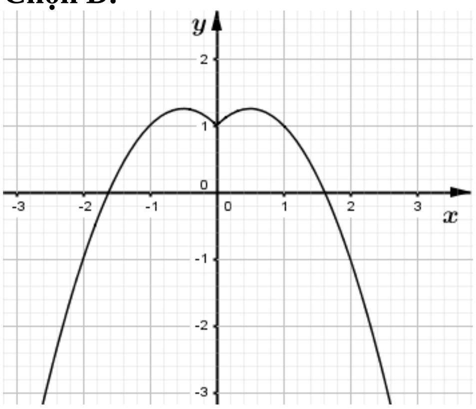
Vậy phương trình 1 có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<\frac{-3}{2} \\ a>\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Câu 13. Phương trình: $|x|+1=x^2+m$ có 1 nghiệm duy nhất khi và chỉ khi :

A. $m=0$ B. $m=1$.
C. $m=-1$. D. Không tồn tại giá trị m thỏa.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



$|x|+1=x^2+m \Leftrightarrow m=f(x)=\begin{cases}-x^2+x+1 \;\; khi \;\; x\geq 0\\ -x^2-x+1 \;\; khi \;\; x<0\end{cases}$.

Biểu diễn đồ thị hàm số $f(x)$ lên hệ trục tọa độ như hình vẽ bên trên. Dựa vào đồ thị ta suy ra không tồn tại m để phương trình $m=f(x)$ có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình: $|x-2|=2x-1$ là:

A. $S=\{-1;1\}$. B. $S=\{-1\}$. C. $S=\{1\}$. D. $S=\{0\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Ta có $|x-2|=2x-1 \Leftrightarrow (2x-1\geq 0) \cup \left[\begin{array}{l}x-2=2x-1\\ x-2=1-2x\end{array}\right. \Leftrightarrow x\geq \dfrac{1}{2} \cap \left[\begin{array}{ll}x=-1 & (l)\\ x=1 & (n)\end{array}\right.$

Vậy $S=\{1\}$

Câu 15. Tập nghiệm của phương trình $\dfrac{x-1}{2x-3}=\dfrac{-3x+1}{|x+1|}$ (1) là :

A. $\left\{\dfrac{11+\sqrt{65}}{14};\dfrac{11+\sqrt{41}}{10}\right\}$. B. $\left\{\dfrac{11-\sqrt{65}}{14};\dfrac{11-\sqrt{41}}{10}\right\}$.

C. $\left\{\dfrac{11+\sqrt{65}}{14};\dfrac{11-\sqrt{65}}{14}\right\}$. D. $\left\{\dfrac{11+\sqrt{41}}{10};\dfrac{11-\sqrt{41}}{10}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Điều kiện: $\begin{cases}2x-3\neq 0\\ |x+1|\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq \dfrac{3}{2}\\ x\neq -1\end{cases}$

Phương trình (1) thành: $|x+1|(x-1)=(-3x+1)(2x-3)$

TH1: $x\geq -1$

Phương trình thành $x^2-1=-6x^2+11x-3 \Leftrightarrow 7x^2-11x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=\dfrac{11+\sqrt{65}}{14} & (n)\\ x=\dfrac{11-\sqrt{65}}{14} & (n)\end{array}\right.$

TH2: $x<-1$

Phương trình thành $-x^2+1=-6x^2+11x-3 \Leftrightarrow 5x^2-11x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=\dfrac{11+\sqrt{41}}{10} & (l)\\ x=\dfrac{11-\sqrt{41}}{10} & (l)\end{array}\right.$

Vậy $S=\left\{\frac{11+\sqrt{65}}{14};\frac{11-\sqrt{65}}{14}\right\}$.

Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $\frac{x^2-4x-2}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2}$ là :

A. $S=\ 2\ $. B. $S=\ 1\ $. C. $S=\ 0;1\ $. D. $S=\ 5\ $.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Điều kiện: $x>2$

Ta có $\frac{x^2-4x-2}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2}\Leftrightarrow x^2-4x-2=x-2\Leftrightarrow x^2-5x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\quad l\\x=5\quad n\end{array}\right.$

Vậy $S=\ 5\ $.

Câu 17. Cho $\frac{x^2-2\ m+1\ x+6m-2}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2}\quad 1$. Với m là bao nhiêu thì 1 có nghiệm duy nhất

A. $m>1$. B. $m\geq 1$. C. $m<1$. D. $m\leq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $x-2>0\Leftrightarrow x>2$.

$1\ \Leftrightarrow x^2-\ 2m+3\ x+6m=0\quad 2$, phương trình luôn có nghiệm là $x=3$ và $x=2m$, để phường trình 1 có duy nhất 1 nghiệm thì $2m\leq 2\Leftrightarrow m\leq 1$.

Câu 18. Với giá trị nào của tham số a thì phương trình: $x^2-5x+4\ \sqrt{x-a}=0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $a<1$. B. $1\leq a<4$. C. $a\geq 4$. D. Không có a.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Điều kiện: $x\geq a$

Phương trình thành $\left[\begin{array}{l}x^2-5x+4=0\\x-a=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=1\\x=a\end{array}\right.$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1\leq a<4$.

Câu 19. Số nghiệm của phương trình: $\sqrt{x-4}\ \ x^2-3x+2\ =0$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Điều kiện: $x\geq 4$

Phương trình thành $\sqrt{x-4}\ \ x^2-3x+2\ =0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\quad n\\x=1\quad l\\x=2\quad l\end{array}\right.\Leftrightarrow x=4$.

Câu 20. Phương trình $x^2-3x+m\quad x-1\ =0$ có 3 nghiệm phân biệt khi :

A. $m<\frac{9}{4}$. B. $m\leq\frac{9}{4}\wedge m\neq 2$. C. $m<\frac{9}{4}\wedge m\neq 2$. D. $m>\frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Phương trình $x^2-3x+m\quad x-1\ =0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-3x+m=0\quad 2\end{array}\right.$

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} 9-4m>0 \\ 1-3+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{9}{4} \\ m\neq 2 \end{cases}$.

Câu 21. Cho phương trình: $(x^2-2x+3)^2+2(3-m)(x^2-2x+3)+m^2-6m=0$. Tìm m để phương trình có nghiệm :

A. Mọi m. B. $m\le 4$. C. $m\le -2$. D. $m\ge 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=x^2-2x+3\ (t\ge 2)$. Ta được phương trình $t^2+2(3-m)t+m^2-6m=0\ (1)$,

$\Delta'=m^2-6m+9-m^2+6m=9$ suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm là $t_1=m-6$ và $t_2=m$.

theo yêu cầu bài toán ta suy ra phương trình (1) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 2

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-6\ge 2 \\ m\ge 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow m\ge 2$

Câu 22. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình : $m\sqrt{2-x}=\dfrac{x^2-mx+2}{\sqrt{2-x}}$ có nghiệm dương:

A. $0<m\le 2\sqrt{6}-4$. B. $1<m<3$. C. $4-2\sqrt{6}\le m<1$. D. $2\sqrt{6}-4\le m<1$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x<2$, với điều kiện này thì phương trình đã cho trở thành

$x^2+2-2m=0\Leftrightarrow x^2=2m-2$, phương trình đã cho có nghiệm dương khi và chỉ khi $0<2m-2<4\Leftrightarrow 1<m<3$.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình: $\left(\dfrac{x^2}{x-1}\right)^2+\dfrac{2x^2}{x-1}+a=0\ (1)$ có đúng 4 nghiệm.

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Đặt $t=\dfrac{x^2}{x-1}$

Phương trình (1) thành $t^2+2t+a=0\ (2)$

Phương trình (1) có đúng 4 nghiệm

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-4a>0 \\ -2>0 \quad (vl) \\ a>0 \end{cases} \Leftrightarrow a\notin\varnothing$.

Câu 24. Định m để phương trình : $\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)-2m\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+1+2m=0$ có nghiệm :

A. $-\dfrac{3}{4}\le m\le \dfrac{3}{4}$. B. $m\ge \dfrac{3}{4}$. C. $m\le -\dfrac{3}{4}$. D. $\left[\begin{array}{l} m\ge \dfrac{3}{2} \\ m\le -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện $x \neq 0$

Đặt $t = x + \frac{1}{x}$ suy ra $t \leq -2$ hoặc $t \geq 2$. Phương trình đã cho trở thành

$t^2 - 2mt - 1 + 2m = 0$, phương trình này luôn có hai nghiệm là $t_1 = 1$; $t_2 = 2m - 1$. Theo yêu cầu bài toán ta suy ra $\left[\begin{array}{l} 2m-1 \geq 2 \\ 2m-1 \leq -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq \frac{3}{2} \\ m \leq -\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Câu 25. Định k để phương trình: $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + k - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1:

A. $k < -8$. B. $-8 < k < 1$. C. $0 < k < 1$. D. Không tồn tại k.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + k - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + k + 3 = 0 \quad (1)$.

Đặt $t = x - \frac{2}{x}$, phương trình trở thành $t^2 - 4t + k + 3 = 0 \quad (2)$.

Nhận xét : với mỗi nghiệm t của phương trình (2) cho ta hai nghiệm trái dấu của phương trình (1).

Ta có : $\Delta = 4 - (k+1) = 1 - k$.

Từ nhận xét trên, phương trình (1) có đúng hai nghiệm lớn hơn 1 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 1 - k > 0 \\ 1^2 - \left(2 + \sqrt{1-k}\right).1 - 2 < 0 \\ 1^2 - \left(2 - \sqrt{1-k}\right).1 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -8 < k < 1$$

Câu 26. Tìm m để phương trình : $\left(x^2 + 2x + 4\right)^2 - 2m\left(x^2 + 2x + 4\right) + 4m - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm.

A. $3 < m < 4$. B. $m < 2 - \sqrt{3} \vee m > 2 + \sqrt{3}$.

C. $2 + \sqrt{3} < m < 4$. D. $\left[\begin{array}{l} m = 2 + \sqrt{3} \\ m > 4 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = x^2 + 2x + 4 = (x+1)^2 + 3 \geq 3$, phương trình trở thành

$t^2 - 2mt + 4m - 1 = 0 \quad (2)$.

Nhận xét: Ứng với mỗi nghiệm $t > 3$ của phương trình (2) cho ta hai nghiệm của phương trình (1). Do đó phương trình (1) có đúng hai nghiệm khi phương trình (2) có đúng một nghiệm $t > 3$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4m + 1 = 0 \\ 2m > 3 \end{cases} \\ 1.\left(3^2 - 2m.3 + 4m - 1\right) < 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 + \sqrt{3} \\ m > 4 \end{array}\right..$$

Câu 27. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình : $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} = 11$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 2,5. B. 3. C. 3,5. D. 2,8.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

$$x^2+\frac{25x^2}{(x+5)^2}=11\Leftrightarrow\frac{x^2}{x+5}\left(x+5+\frac{25}{x+5}\right)=11\Leftrightarrow\frac{x^2}{x+5}.\frac{x^2+10x+50}{x+5}=11$$

$$\Leftrightarrow\frac{x^2}{x+5}\left(\frac{x^2}{x+5}+10\right)=11\Leftrightarrow\left(\frac{x^2}{x+5}\right)^2+10\frac{x^2}{x+5}-11=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{x^2}{x+5}=1\\ \frac{x^2}{x+5}=-11\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-x-5=0\\ x^2+11x+55=0\ \ (\text{vn})\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1-\sqrt{21}}{2}\approx-1,79\\ x=\frac{1+\sqrt{21}}{2}\approx 2,79\end{array}\right..$$

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $2(x^2+2x)^2-(4m-3)(x^2+2x)+1-2m=0$ có đúng 3 nghiệm thuộc $(-3;0)$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn **.**

Ta có: $\Delta=(4m-3)^2-4.2.(1-2m)=(4m-1)^2$

$$2(x^2+2x)^2-(4m-3)(x^2+2x)+1-2m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2+2x=\frac{1}{2} & (1)\\ x^2+2x=2m-1 & (2)\end{array}\right.$$

$$(1)\Leftrightarrow x^2+2x-\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{-2+\sqrt{6}}{2}\notin[-3;\ 0]\\ x=\frac{-2-\sqrt{6}}{2}\in[-3;\ 0]\end{array}\right.$$

$(2)\Leftrightarrow(x+1)^2=2m$. Phương trình đã cho có 3 nghiệm thuộc đoạn $[-3;\ 0]$ khi phương trình (2) có hai nghiệm thuộc đoạn $[-3;\ 0]$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2m>0\\ -3\le-1+\sqrt{2m}\le 0\\ -3\le-1-\sqrt{2m}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ m\le\frac{1}{2}\\ m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow 0<m\le\frac{1}{2}.$$

Không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Câu 29. Phương trình sau đây có bao nhiêu nghiệm âm: $x^6+2003x^3-2005=0$

A. 0. B. 1. C. 2. D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Phương trình $x^6+2003x^3-2005=0$

Vì $1.(-2005)<0$ suy ra phương trình có 2 nghiệm trái dấu

Suy ra có phương trình có một nghiệm âm.

Câu 30. Cho phương trình $ax^4+bx^2+c=0\ (1)\ (a\neq 0)$. Đặt: $\Delta=b^2-4ac$, $S=\frac{-b}{a}$, $P=\frac{c}{a}$. Ta có (1) vô nghiệm khi và chỉ khi :

A. $\Delta<0$. B. $\Delta<0\vee\begin{cases}\Delta\ge 0\\ S<0\\ P>0\end{cases}$. C. $\begin{cases}\Delta>0\\ S<0\end{cases}$. D. $\begin{cases}\Delta>0\\ P>0\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Đặt $t = x^2 \quad t \geq 0$

Phương trình 1 thành $at^2 + bt + c = 0 \quad 2$

Phương trình 1 vô nghiệm

$\Leftrightarrow$ phương trình 2 vô nghiệm hoặc phương trình 2 có 2 nghiệm cùng âm

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \cup \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}.$$

Câu 31. Phương trình $x^4 + \sqrt{65} - \sqrt{3} \ x^2 + 2 \ 8 + \sqrt{63} \ = 0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Ta có $\Delta = \ \sqrt{65} - \sqrt{3} \ ^2 - 4.2. \ 8 + \sqrt{63} \ = 4 - 2\sqrt{195} - 8\sqrt{63} < 0$

Suy ra phương trình vô nghiệm.

Câu 32. Phương trình $-x^4 - 2 \ \sqrt{2} - 1 \ x^2 + \ 3 - 2\sqrt{2} \ = 0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Đặt $t = x^2 \quad t \geq 0$

Phương trình 1 thành $-t^2 - 2 \ \sqrt{2} - 1 \ t + \ 3 - 2\sqrt{2} \ = 0 \quad 2$

Phương trình 2 có $a.c = \ -1 \ \ 3 - 2\sqrt{2} \ < 0$

Suy ra phương trình 2 có 2 nghiệm trái dấu

Suy ra phương trình 2 có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 33. Phương trình: $\sqrt{2}x^4 - 2 \ \sqrt{2} + \sqrt{3} \ x^2 + \sqrt{12} = 0$

A. vô nghiệm

B. Có 2 nghiệm $x = \sqrt{\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$, $x = -\sqrt{\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$.

C. Có 2 nghiệm $x = \sqrt{\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$, $x = -\sqrt{\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$.

D. Có 4 nghiệm $x = \sqrt{\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$, $x = -\sqrt{\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$, $x = \sqrt{\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$, $x = -\sqrt{\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Đặt $t = x^2 \quad t \geq 0$

Phương trình (1) thành $\sqrt{2}.t^2 - 2 \ \sqrt{2} + \sqrt{3} \ t + \sqrt{12} = 0 \quad 2$

Ta có $\Delta' = 5 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 5$

Ta có $\begin{cases} \Delta' = 5 > 0 \\ -\dfrac{-2\ \sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\dfrac{b}{a} > 0 \\ \dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}} = \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases}$

Suy ra phương trình 2 có 2 nghiệm dương phân biệt

Vậy Phương trình 1 có 4 nghiệm.

Câu 34. Cho phương trình $x^4 + x^2 + m = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \le \dfrac{1}{4}$.

B. Phương trình có nghiệm $m \le 0$.

C. Phương trình vô nghiệm với mọi m.

D. Phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Đặt $t = x^2 \quad t \ge 0$

Phương trình 1 thành $t^2 + t + m = 0 \quad 2$

Phương trình 1 vô nghiệm

$\Leftrightarrow$ phương trình 2 vô nghiệm hoặc phương trình 2 có 2 nghiệm âm

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \cup \begin{cases} \Delta \ge 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \cup \begin{cases} 1 - 4m \ge 0 \\ -1 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4} \cup \begin{cases} m \le \dfrac{1}{4} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0.$$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \le 0$.

Câu 35. Phương trình $-x^4 + \ \sqrt{2} - \sqrt{3}\ x^2 = 0$ có:

A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 4 nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Ta có

$$-x^4 + \ \sqrt{2} - \sqrt{3}\ x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2\ \ -x^2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}\ = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 0 \\ x^2 = \sqrt{2} - \sqrt{3} \quad vl \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Câu 36. Phương trình sau đây có bao nhiêu nghiệm âm: $x^4 - 2005x^2 - 13 = 0$

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Đặt $t = x^2 \quad t \ge 0$

Phương trình 1 thành $t^2 - 2005t - 13 = 0 \ \ 1$

Phương trình 2 có $a.c = 1.(-13) < 0$

Suy ra phương trình 2 có 2 nghiệm trái dấu

Ruy ra phương trình 1 có một nghiệm âm và một nghiệm dương.

Câu 37. Phương trình : $|3 - x| + |2x + 4| = 3$, có nghiệm là :

A. $x = \dfrac{-4}{3}$. B. $x = -4$. C. $x = \dfrac{2}{3}$. D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Trường hợp 1: $x<-2$

Phương trình thành $3-x-2x-4=3 \Leftrightarrow 3x=-4 \Leftrightarrow x=\dfrac{-4}{3}$ l

Trường hợp 2: $-2\le x\le 3$

Phương trình thành $3-x+2x+4=3 \Leftrightarrow x=-4$ l

Trường hợp 3: $x>3$

Phương trình thành $x-3+2x+4=3 \Leftrightarrow 3x=2 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$ l

Vậy $S=\varnothing$.

Câu 38. Phương trình: $|2x-4|+|x-1|=0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

$$|2x-4|+|x-1|=0 \Leftrightarrow \begin{cases}2x-4=0\\ x-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ x=1\end{cases} \ vl \ \Leftrightarrow x\in\varnothing$$

Câu 39. Cho phương trình: $a|x+2|+a|x-1|=b$. Để phương trình có hai nghiệm khác nhau, hệ thức giữa hai tham số a,b là:

A. $a>3b$. B. $b>3a$. C. $a=3b$. D. $b=3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Câu 40. Phương trình: $|x+2|+|3x-5|-|2x-7|=0$, có nghiệm là :

A. $\forall x\in\left[-2;\dfrac{5}{3}\right]$. B. $x=-3$. C. $x=3$. D. $x=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Trường hợp 1: $x\le -2$

Phương trình thành: $-x-2-3x+5+2x-7=0 \Leftrightarrow -2x=4 \Leftrightarrow x=-2$ n.

Trường hợp 2: $-2<x<\dfrac{5}{3}$

Phương trình thành: $x+2-3x+5+2x-7=0 \Leftrightarrow 0x=0$ ld Suy ra $-2<x<\dfrac{5}{3}$.

Trường hợp 3: $\dfrac{5}{3}\le x\le\dfrac{7}{2}$

Phương trình thành: $x+2+3x-5+2x-7=0 \Leftrightarrow 6x=10 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3}$ n.

Trường hợp 4: $x>\dfrac{7}{2}$

Phương trình thành: $x+2+3x-5-2x+7=0 \Leftrightarrow 6x=-4 \Leftrightarrow x=\dfrac{-2}{3}$ l.

Vậy $S=\left[-2;\dfrac{5}{3}\right]$.

Câu 41. Phương trình $\left|\dfrac{x^2}{2}-2x+\dfrac{3}{2}\right|+\left|\dfrac{x^2}{2}-3x+4\right|=\dfrac{3}{4}$ có nghiệm là :

A. $x=\dfrac{1}{2}$, $x=\dfrac{7}{2}$, $x=\dfrac{13}{3}$. B. $x=\dfrac{3}{2}$; $x=\dfrac{7}{3}$, $x=\dfrac{11}{3}$.

C. $x=\dfrac{7}{5}$, $x=\dfrac{5}{4}$, $x=\dfrac{13}{2}$. D. $x=\dfrac{7}{4}$, $x=\dfrac{5}{2}$, $x=\dfrac{13}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

TH 1: $x \le 1$

Phương trình thành: $\frac{x^2}{2}-2x+\frac{3}{2}+\frac{x^2}{2}-3x+4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x^2-5x+\frac{19}{4}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\frac{5+\sqrt{6}}{2} & l \\ x=\frac{5-\sqrt{6}}{2} & l \end{array}\right.$.

TH 2: $1<x<2$

Phương trình thành: $-\frac{x^2}{2}+2x-\frac{3}{2}+\frac{x^2}{2}-3x+4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x=\frac{7}{4}\ \ n$.

TH 3: $2 \le x \le 3$

Phương trình thành: $-\frac{x^2}{2}+2x-\frac{3}{2}-\frac{x^2}{2}+3x-4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow -x^2+5x-\frac{25}{4}=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}\ \ n$.

TH 4: $3<x<4$

Phương trình thành: $\frac{x^2}{2}-2x+\frac{3}{2}-\frac{x^2}{2}+3x-4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x=\frac{13}{4}\ \ n$.

TH 4: $x \ge 4$

Phương trình thành: $\frac{x^2}{2}-2x+\frac{3}{2}+\frac{x^2}{2}-3x+4=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x^2-5x+\frac{19}{4}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\frac{5+\sqrt{6}}{2} & l \\ x=\frac{5-\sqrt{6}}{2} & l \end{array}\right.$.

Câu 42. Định k để phương trình: $\left|x^2+2x-k\right|+x-1=0$ có đúng ba nghiệm. Các giá trị k tìm được có tổng :

A. -5. B. -1. C. 0. D. 4.

Câu 43. Phương trình: $x^2-6x+5=k\left|2x-1\right|$ có nghiệm duy nhất.

A. $k<-1$. B. $k>4$. C. $-1<k<4$. D. $k>-1$.

Hướng dẫn giải

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $\left(\frac{x^2-2x+1}{x^2+4x+4}\right)-m\left|\frac{x+2}{x-1}\right|=12$ có đúng 4 nghiệm?

A. 14. B. 15.

C. 16. D. Nhiều hơn 16 nhưng hữu hạn.

Hướng dẫn giải

Câu 45. Cho phương trình: $\frac{3mx+1}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{x+1}=\frac{2x+5m+3}{\sqrt{x+1}}$. Để phương trình có nghiệm, điều kiện để thỏa mãn tham số m là :

A. $0<m<\frac{1}{3}$. B. $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>\frac{1}{3} \end{array}\right.$. C. $-\frac{1}{3}<m<0$. D. $\left[\begin{array}{l} m<-\frac{1}{3} \\ m>0 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Điều kiện: $x>-1$

Phương trình thành $3mx+1+x+1=2x+5m+3 \Leftrightarrow\ 3m-1\ x=5m+1\ \ 2$

Phương trình $\ 1\ $ vô nghiệm $\Leftrightarrow$ Phương trình $\ 2\ $ vô nghiệm hoặc phương trình $\ 2\ $ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn bằng -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases}3m-1=0\\5m+1\neq 0\end{cases} \cup \begin{cases}3m-1\neq 0\\ \dfrac{5m+1}{3m-1}\leq -1\end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{1}{3}\cup\left(m\neq\frac{1}{3}\cap\left[\begin{array}{l}5m+1\leq -3m+1 \quad khi \quad 3m-1\geq 0\\5m+1\geq -3m+1 \quad khi \quad 3m-1<0\end{array}\right.\right)$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{1}{3}\cup\left(m\neq\frac{1}{3}\cap\left[\begin{array}{l}m\leq 0 \quad khi \quad m\geq\dfrac{1}{3}\\ m\geq 0 \quad khi \quad m<\dfrac{1}{3}\end{array}\right.\right)\Leftrightarrow 0\leq m\leq\frac{1}{3}$$

Vậy Phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l}m<0\\m>\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Câu 46. Cho phương trình: $\dfrac{x+m}{x+1}+\dfrac{x-2}{x}=2$. Để phương trình vô nghiệm thì:

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=3\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-3\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-2\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}m=-\dfrac{1}{3}\\m=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $\begin{cases}x\neq 0\\x\neq -1\end{cases}$

Phương trình thành $x^2+mx+x^2-x-2=2(x^2+x) \Leftrightarrow (m-3)x=2 \quad (2)$.

Phương trình (1) vô nghiệm

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) vô nghiệm hoặc phương trình (2) có nghiệm duy nhất bằng 0 hoặc bằng -1.

$$\Leftrightarrow m-3=0\cup\left(m-3\neq 0\cap\left[\begin{array}{l}\dfrac{2}{m-3}=0 \quad (vl)\\ \dfrac{2}{m-3}=-1\end{array}\right.\right)\Leftrightarrow m=3\cup\begin{cases}m\neq 3\\2=3-m\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=1\end{array}\right..$$

Câu 47. Cho phương trình: $\dfrac{x^2-1+|x+1|}{|x|(x-2)}=2$. Có nghiệm là:

A. $x=1$.
B. $x=3$.
C. $x=4$.
D. $x=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $\begin{cases}x\neq 0\\x\neq 2\end{cases}$

Phương trình thành $x^2-1+|x+1|=2|x|(x-2)$

TH 1: $x<-1$

Phương trình thành $x^2-1-x-1=2(-x)(x-2) \Leftrightarrow 3x^2-5x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2 \quad (l)\\x=\dfrac{-1}{3} \quad (l)\end{array}\right.$.

TH 2: $-1\leq x\leq 0$

Phương trình thành $x^2-1+x+1=-2x(x-2) \Leftrightarrow 3x^2-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0 \quad (l)\\x=1 \quad (l)\end{array}\right.$.

TH3: $x>0$

Phương trình thành $x^2-1+x+1=2x\ \ x-2 \Leftrightarrow x^2-5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & l \\ x=5 & n \end{array}\right.$.

Câu 48. Tìm m để phương trình vô nghiệm: $\dfrac{2x-m}{x-2}=m-1$ (m là tham số).

A. $m=3$. B. $m=4$. C. $m=3 \vee m=4$. D. $m=3 \vee m=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $x \neq 2$

Phương trình thành $2x-m=mx-2m-x+2 \Leftrightarrow\ \ m-3\ \ x=m-2(2)$

Phương trình (1) vô nghiệm

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) vô nghiệm hoặc phương trình (2) có nghiệm duy nhất bằng 2

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3=0 \\ m-2\neq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} m-3\neq 0 \\ \dfrac{m-2}{m-3}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=4 \end{array}\right.$.

Câu 49. Phương trình $\dfrac{|3-2x|-|x|}{|3+2x|+x-2}=5$ có các nghiệm là:

A. $x=-\dfrac{1}{8},\ x=-7$. B. $x=-\dfrac{21}{9},\ x=\dfrac{2}{23}$. C. $x=-\dfrac{22}{9},\ x=\dfrac{1}{23}$. D. $x=-\dfrac{23}{9},\ x=\dfrac{3}{23}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $|3+2x|+x-2\neq 0$

Phương trình thành $|3-2x|-|x|=5|3+2x|+5x-10$

TH 1: $x<\dfrac{-3}{2}$

Phương trình thành $3-2x+x=-15-10x+5x-10 \Leftrightarrow 4x=-28 \Leftrightarrow x=-7\ \ n$.

TH2: $\dfrac{-3}{2}\leq x\leq 0$

Phương trình thành $3-2x+x=15+10x+5x-10 \Leftrightarrow 16x=-2 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{8}\ \ n$.

TH 3: $0<x<\dfrac{3}{2}$

Phương trình thành $3-2x-x=15+10x+5x-10 \Leftrightarrow 18x=-2 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{9}\ \ l$.

TH 4: $x\geq \dfrac{3}{2}$

Phương trình thành $-3+2x-x=15+10x+5x-10 \Leftrightarrow 14x=-8 \Leftrightarrow x=-\dfrac{4}{7}\ \ l$.

Câu 50. Tập nghiệm T của phương trình: $\dfrac{|x-3|}{\sqrt{x-4}}=\dfrac{x-3}{\sqrt{x-4}}$ là:

A. $T=\ 3;+\infty$. B. $T=\ 4;+\infty$. C. $\ 4;+\infty$. D. $T=\varnothing$.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Điều kiện: $x>4$

Phương trình thành

$|x-3|=x-3 \Leftrightarrow x-3\geq 0 \cap \left[\begin{array}{l} x-3=x-3 \\ x-3=3-x \end{array}\right. \Leftrightarrow x\geq 3 \cap \left[\begin{array}{ll} 0x=0 & ld \\ x=3 & \end{array}\right. \Leftrightarrow x\geq 3$.

Vậy $T=\ 4;+\infty$.

§ 5. Hệ phương trình bậc nhất nhiều ẩn

☆☆☆

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN:

① **Định nghĩa**:

Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn x và y là hệ có dạng $(I):\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 & (1) \\ a_2x+b_2y=c_2 & (2) \end{cases}$ với $\begin{cases} a_1^2+b_1^2\neq 0 \\ a_2^2+b_2^2\neq 0 \end{cases}$.

Cặp số $(x_o;y_o)$ đồng thời thỏa cả 2 phương trình (1) và (2) được gọi là nghiệm của hệ.

② **Công thức nghiệm**: Quy tắc Crame.

Ký hiệu: $D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$, $D_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}=c_1b_2-c_2b_1$, $D_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}=a_1c_2-a_2c_1$.

Xét D		Kết quả
$D\neq 0$		Hệ có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{D_x}{D}$, $y=\dfrac{D_y}{D}$.
$D=0$	$D_x\neq 0$ hoặc $D_y\neq 0$	Hệ vô nghiệm.
	$D_x=D_y=0$	Hệ có vô số nghiệm.

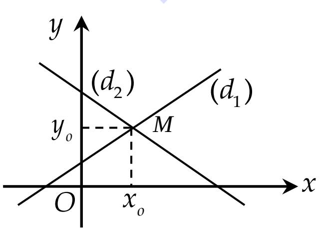
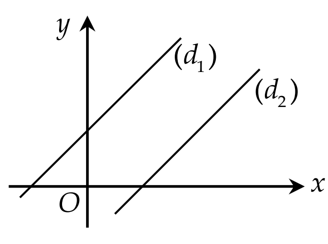
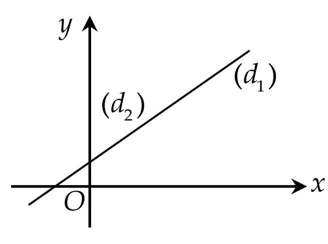
Để giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta có thể dùng các cách giải đã biết như: phương pháp thế, phương pháp cộng đại số.

③ **Biểu diễn hình học của tập nghiệm**:

Nghiệm $(x;y)$ của hệ (I) là tọa độ điểm $M(x;y)$ thuộc cả 2 đường thẳng:

$(d_1): a_1x+b_1y=c_1$ và $(d_2): a_2x+b_2y=c_2$.

- Hệ (I) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (d_1)$ và (d_2) cắt nhau.
- Hệ (I) vô nghiệm $\Leftrightarrow (d_1)$ và (d_2) song song với nhau.
- Hệ (I) có vô số nghiệm $\Leftrightarrow (d_1)$ và (d_2) trùng nhau.

$\dfrac{a_1}{a_2}\neq\dfrac{b_1}{b_2}$	$\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}\neq\dfrac{c_1}{c_2}$	$\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}$
		
Nghiệm duy nhất	Vô nghiệm	Vô số nghiệm

HỆ BA PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 3 ẨN

Hệ có dạng: $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$. Một nghiệm của hệ là bộ 3 số $(x_o;y_o;z_o)$ thỏa cả 3 phương trình của hệ. Nguyên tắc chung để giải các hệ phương trình nhiều ẩn là **khử bớt ẩn** để đưa về các phương trình hay hệ phương trình có số ẩn ít hơn. Để khử bớt ẩn, ta cũng có thể dùng các phương pháp cộng đại số, phương pháp thế như đối với hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

§ 6. Hệ phương trình bậc hai hai ẩn số

☆☆☆

HỆ GỒM 1 PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ 1 PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

- **Dạng tổng quát**: $\begin{cases} ax+by=c & (1) \\ dx^2+exy+fy^2+gx+hy=i & (2) \end{cases}$
- **Phương pháp giải**: Từ phương trình bậc nhất (1), rút x theo y (hoặc y theo x) và thế vào phương trình còn lại (2) để giải tìm x (hoặc tìm y).

HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI I

- **Dấu hiệu nhận dạng**: Khi thay đổi vị trí x và y cho nhau thì hệ không thay đổi và trật tự các phương trình cũng không thay đổi.
- **Phương pháp giải**: Biến đổi về dạng tổng và tích 2 biến.

Đặt $S=x+y,\ P=xy.$

Giải hệ với ẩn $S,\ P$ với điều kiện có nghiệm $(x;y)$ là $S^2\geq 4P.$

Tìm nghiệm $(x;y)$ bằng cách thế vào phương trình $X^2-SX+P=0.$

✶ Một số biến đổi để đưa về dạng tổng – tích thường gặp:

- $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=S^2-2P.$
- $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=S^3-3SP.$
- $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=S^2-4P.$
- $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=S^4-4S^2P+2P^2.$
- $x^4+y^4+x^2y^2=(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)=\cdots\cdots\cdots$

HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI II

- **Dấu hiệu nhận dạng**: Khi thay đổi vị trí x và y cho nhau thì hệ phương trình không thay đổi và trật tự các phương trình thay đổi (phương trình này trở thành phương trình kia).
- **Phương pháp giải**: Lấy vế trừ vế và phân tích thành nhân tử, lúc nào cũng đưa được về dạng $(x-y).f(x)=0,$ tức luôn có $x=y.$

✶ **Lưu ý**: Đối với hệ đối xứng loại II chứa căn thức, sau khi trừ ta thường liên hợp.

HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP BẬC HAI

- **Dạng tổng quát**: $\begin{cases} a_1x^2+b_1xy+c_1y^2=d_1 \\ a_2x^2+b_2xy+c_2y^2=d_2 \end{cases} \quad (i)$
- **Phương pháp giải**: $(i)\Leftrightarrow\begin{cases} d_2(a_1x^2+b_1xy+c_1y^2)=d_1.d_2 & (1) \\ d_1(a_2x^2+b_2xy+c_2y^2)=d_1.d_2 & (2) \end{cases}$

Lấy $(1)-(2)\Rightarrow(a_1d_2-a_2d_1)\cdot x^2+(b_1d_2-b_2d_1)\cdot xy+(c_1d_2-c_2d_1)\cdot y^2=0.$ Đây là phương trình đẳng cấp bậc hai nên sẽ tìm được mối liên hệ $x,\ y.$

★ **Lưu ý**: Dạng $\begin{cases} f_m(x;y)=a \\ f_n(x;y)=f_k(x;y) \end{cases}$ với $f_m(x;y), f_n(x;y), f_k(x;y)$ là các biểu thức đẳng cấp bậc m, n, k thỏa mãn $m+n=k$. Khi đó ta sẽ sử dụng kỹ thuật đồng bậc để giải. Tức biến đổi hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{a}=f_m(x;y) \\ \downarrow \\ a\cdot f_n(x;y)=a\cdot f_k(x;y) \end{cases} \Rightarrow f_m(x;y)\cdot f_n(x;y)=a.f_k(x;y)$ và đây là phương trình đẳng cấp bậc k.

Câu 1. Nghiệm của hệ: $\begin{cases} \sqrt{2}x+y=1 \\ 3x+\sqrt{2}y=2 \end{cases}$ là:

A. $\left(\sqrt{2}-2;2\sqrt{2}-3\right)$. **B.** $\left(\sqrt{2}+2;2\sqrt{2}-3\right)$.

C. $\left(2-\sqrt{2};3-2\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left(2-\sqrt{2};2\sqrt{2}-3\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $y=1-\sqrt{2}x \Rightarrow 3x+\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}x\right)=2 \Rightarrow x=2-\sqrt{2} \Rightarrow y=3-2\sqrt{2}$.

Câu 2. Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $(x;y)$: $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 4x+6y=10 \end{cases}$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $4x+6y=10 \Leftrightarrow 2x+3y=5$. Vậy phương trình có vô số nghiệm.

Câu 3. Tìm nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 3x+4y=1 \\ 2x-5y=3 \end{cases}$

A. $\left(\frac{17}{23};-\frac{7}{23}\right)$. **B.** $\left(-\frac{17}{23};\frac{7}{23}\right)$. **C.** $\left(-\frac{17}{23};-\frac{7}{23}\right)$. **D.** $\left(\frac{17}{23};\frac{7}{23}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $y=\frac{1-3x}{4} \Rightarrow 2x-5\frac{1-3x}{4}=1 \Rightarrow x=\frac{17}{23} \Rightarrow y=\frac{-7}{23}$.

Câu 4. Tìm nghiệm $(x;y)$ của hệ : $\begin{cases} 0,3x-0,2y-0,33=0 \\ 1,2x+0,4y-0,6=0 \end{cases}$

A. $(-0,7;0,6)$. **B.** $(0,6;-0,7)$. **C.** $(0,7;-0,6)$. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $y=\frac{0,3x-0,33}{0,2} \Rightarrow 1,2x+0,4\frac{0,3x-0,33}{0,2}-0,6=0 \Rightarrow x=0,7 \Rightarrow y=-0,6$.

Câu 5. Hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x+6y=3 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số nghiệm.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow$ Hệ phương trình có vô số nghiệm.

Câu 6. Hệ phương trình : $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x+2z=1+2\sqrt{2} \\ y+z=2+\sqrt{2} \end{cases}$ có nghiệm là?

A. $\left(1;2;2\sqrt{2}\right)$ **B.** $\left(2;0;\sqrt{2}\right)$ **C.** $\left(-1;6;\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left(1;2;\sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : Thế $y=4-2x$ vào phương trình $y+z=2+\sqrt{2}$ ta được $-2x+z=-2+\sqrt{2}$

Giải hệ $\begin{cases} -2x+z=-2+\sqrt{2} \\ x+2z=1+2\sqrt{2} \end{cases}$ ta được $x=1; z=\sqrt{2}$ $\Rightarrow y=2$.

Câu 7. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2-y^2=16 \\ x+y=8 \end{cases}$. Để giải hệ phương trình này ta dùng cách nào sau đây ?

A. Thay $y=8-x$ vào phương trình thứ nhất. **B.** Đặt $S=x+y, P=xy$.
C. Trừ vế theo vế. **D.** Một phương pháp khác.

Lời giải

Chọn A.

Hệ gồm một phương trình bậc nhất và một phương trình bậc hai nên ta rút một ẩn từ phương trình bậc nhất thế vào phương trình bậc hai.

Câu 8. Hệ phương trình $\begin{cases} x-y=9 \\ x.y=90 \end{cases}$ có nghiệm là :

A. $(15;6),(6;15)$. **B.** $(-15;-6),(-6;-15)$.
C. $(15;\ 6),(-6;-15)$. **D.** $(15;6),(6;15),(-15;-6),(-6;-15)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $y=x-9 \Rightarrow x(x-9)=90 \Rightarrow x^2-9x-90=0$ $\Rightarrow x=15; x=-6$

$x=15 \Rightarrow y=6$

$x=-6 \Rightarrow y=-15$.

Câu 9. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \left(\sqrt{2}+1\right)x+y=\sqrt{2}-1 \\ 2x-\left(\sqrt{2}-1\right)y=2\sqrt{2} \end{cases}$ là:

A. $\left(1;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(1;-2)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $y=\sqrt{2}-1-\left(\sqrt{2}+1\right)x$ $\Rightarrow 2x-\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}-1-\left(\sqrt{2}+1\right)x\right)=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow x=1 \Rightarrow y=-2$.

Câu 10. Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình sau có đúng một nghiệm: $\begin{cases} 3x-my=1 \\ -mx+3y=m-4 \end{cases}$

A. $m\neq 3$ hay $m\neq -3$. **B.** $m\neq 3$ và $m\neq -3$.
C. $m\neq 3$. **D.** $m\neq -3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $D = \begin{vmatrix} 3 & -m \\ -m & 3 \end{vmatrix} = 9 - m^2$

Phương trình có đúng một nghiệm khi $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$.

Câu 11. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau trùng nhau $(d_1):(m^2-1)x - y + 2m + 5 = 0$ và $(d_2): 3x - y + 1 = 0$

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 2$ hay $m = -2$. **D.** Không có giá trị m.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : Hai đường thẳng d_1 và d_2 trùng nhau khi $\frac{m^2-1}{3} = \frac{-1}{-1} = \frac{2m+5}{1}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ 2m + 5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 12. Để hệ phương trình : $\begin{cases} x + y = S \\ x.y = P \end{cases}$ có nghiệm , điều kiện cần và đủ là :

A. $S^2 - P < 0$. **B.** $S^2 - P \geq 0$. **C.** $S^2 - 4P < 0$. **D.** $S^2 - 4P \geq 0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : x, y là nghiệm phương trình $X^2 - SX + P = 0$

Hệ phương trình có nghiệm khi $\Delta = S^2 - 4P \geq 0$.

Câu 13. Hệ phương trình $\begin{cases} x.y + x + y = 11 \\ x^2y + xy^2 = 30 \end{cases}$

A. có 2 nghiệm $(2;3)$ và $(1;5)$. **B.** có 2 nghiệm $(2;1)$ và $(3;5)$.

C. có 1 nghiệm là $(5;6)$. **D.** có 4 nghiệm $(2;3),(3;2),(1;5),(5;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $S = x + y, P = xy$ $(S^2 - 4P \geq 0)$

Hệ phương trình tương đương $\begin{cases} S + P = 11 \\ SP = 30 \end{cases} \Rightarrow S(11 - S) = 30 \Rightarrow -S^2 + 11S - 30 = 0$

$\Rightarrow S = 5; S = 6$

Khi $S = 5$ thì $P = 6$ suy ra hệ có nghiệm $(2;3),(3;2)$

Khi $S = 6$ thì $P = 5$ suy ra hệ có nghiệm $(1;5),(5;1)$.

Câu 14. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x + m \end{cases}$ có đúng 1 nghiệm khi và chỉ khi :

A. $m = \sqrt{2}$. **B.** $m = -\sqrt{2}$. **C.** $m = \sqrt{2}$ hoặc $m = -\sqrt{2}$. **D.** m tùy ý.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $x^2 + (x + m)^2 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0$ $(*)$

Hệ phương trình có đúng 1 nghiệm khi phương trình $(*)$ có đúng 1 nghiệm

$\Rightarrow \Delta' = m^2 - 2m^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 15. Hệ phương trình : $\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$. Có nghiệm là

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{13}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{13}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{13}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{13}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $u=x+y, v=x-y$

Ta có hệ $\begin{cases} 2u+3v=4 \\ u+2v=5 \end{cases} \Rightarrow 2(5-2v)+3v=4 \Rightarrow v=6 \Rightarrow u=-7$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=-7 \\ x-y=6 \end{cases} \Rightarrow x+x-6=-7 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow y=-\frac{13}{2}$.

Câu 16. Hệ phương trình: $\begin{cases} |x-1|+y=0 \\ 2x-y=5 \end{cases}$ có nghiệm là ?

A. $x=-3; y=2$. **B.** $x=2; y=-1$. **C.** $x=4; y=-3$. **D.** $x=-4; y=3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $|x-1|+2x-5=0 \Leftrightarrow 5-2x\geq 0 \cap \left[\begin{array}{l} x-1=5-2x \\ x-1=-5+2x \end{array}\right. \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow y=-1$.

Câu 17. Phương trình sau có nghiệm duy nhất với giá trị của m là : $\begin{cases} mx+3y=2m-1 \\ x+(m+2)y=m+3 \end{cases}$

A. $m\neq 1$. **B.** $m\neq -3$.

C. $m\neq 1$ hoặc $m\neq -3$. **D.** $m\neq 1$ và $m\neq -3$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $D=m(m+2)-3=m^2+2m-3$

Phương trình có nghiệm duy nhất khi $D\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 1$ và $m\neq -3$.

Câu 18. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} mx+(m+4)y=2 \\ m(x+y)=1-y \end{cases}$. Để hệ này vô nghiệm, điều kiện thích hợp cho tham số m là :

A. $m=0$ **B.** $m=1$ hay $m=2$.

C. $m=-1$ hay $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=-\frac{1}{2}$ hay $m=3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : Hệ trở thành $\begin{cases} mx+(m+4)y=2 \\ mx+(m+1)y=1 \end{cases} \Rightarrow D=m(m+1)-m(m+4)=-3m$

Hệ vô nghiệm $\Rightarrow D=0 \Rightarrow m=0$

Thử lại thấy $m=0$ thoả điều kiện.

Câu 19. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2-y^2+6x+2y=0 \\ x+y=8 \end{cases}$. Từ hệ phương trình này ta thu được phương trình sau đây ?

A. $x^2+10x+24=0$. **B.** $x^2+16x+20=0$. **C.** $x^2+x-4=0$. **D.** Một kết quả khác.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $y=8-x \Rightarrow x^2-(8-x)^2+6x+2(8-x)=0 \Rightarrow 20x-48=0$.

Câu 20. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2-3xy+y^2+2x+3y-6=0 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ có nghiệm là :

A. $(2;1)$. **B.** $(3;3)$. **C.** $(2;1),(3;3)$. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $y=2x-3 \Rightarrow x^2-3x(2x-3)+(2x-3)^2+2x+3(2x-3)-6=0$

$\Rightarrow -x^2+5x-6=0 \Rightarrow x=2; x=3$

$x=2 \Rightarrow y=1$

$x=3 \Rightarrow y=3$.

Câu 21. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $y=1-x \Rightarrow x^2+(1-x)^2=5 \Rightarrow 2x^2-2x-4=0 \Rightarrow x=-1; x=2$

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 22. Hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=13 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{y}=12 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{1}{2}; y=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}; y=\dfrac{1}{3}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}; y=\dfrac{1}{3}$. **D.** Hệ vô nghiệm.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=13 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{y}=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x}=2 \\ \dfrac{1}{y}=3 \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}, y=\dfrac{1}{3}$.

Câu 23. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y=10 \\ x^2+y^2=58 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}, \begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$. **D.** Một đáp số khác.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $S=x+y, P=xy\left(S^2-4P\geq 0\right)$

Ta có : $\begin{cases} S=10 \\ S^2-2P=58 \end{cases} \Rightarrow P=21$ (nhận).

Khi đó : x,y là nghiệm của phương trình $X^2-10X+21=0 \Leftrightarrow X=7; X=3$

Vậy nghiệm của hệ là $(7;3),(3;7)$.

Câu 24. Tìm a để hệ phương trình $\begin{cases} ax+y=a^2 \\ x+ay=1 \end{cases}$ vô nghiệm:

A. $a=1$. **B.** $a=1$ hoặc $a=-1$. **C.** $a=-1$. **D.** Không có a.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $D=a^2-1$, $D_x=a^3-1$, $D_y=a-a^2$

Hệ phương trình vô nghiệm $\Rightarrow$ $D=0 \Leftrightarrow a=\pm 1$

$a=1 \Rightarrow D_x=D_y=0 \Rightarrow$ Hệ phương trình vô số nghiệm.

$a=-1 \Rightarrow D_x=-2 \Rightarrow$ Hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 25. Nghiệm của hệ phương trình : $\begin{cases} x+y+z=9 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1 \\ xy+yz+zx=27 \end{cases}$

A. $(1;1;1)$. **B.** $(1;2;1)$. **C.** $(2;2;1)$. **D.** $(3;3;3)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1 \Leftrightarrow xy+yz+zx=xyz \Rightarrow xyz=27$

$\Rightarrow x, y, z$ là nghiệm của phương trình $X^3-9X^2+27X-27=0 \Leftrightarrow X=3$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(3;3;3)$.

Câu 26. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=5 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ có nghiệm là :

A. $(2;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;1),(1;2)$. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $S=x+y, P=xy\left(S^2-4P\geq 0\right)$

Ta có : $\begin{cases} S+P=5 \\ S^2-2P=5 \end{cases} \Rightarrow S^2-2(5-S)=5 \Rightarrow S^2+2S-15=0 \Rightarrow S=-5; S=3$

$S=-5 \Rightarrow P=10$ (loại)

$S=3 \Rightarrow P=2$ (nhận)

Khi đó : x, y là nghiệm của phương trình $X^2-3X+2=0 \Leftrightarrow X=1; X=2$

Vậy hệ có nghiệm $(2;1),(1;2)$.

Câu 27. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=\dfrac{7}{2} \\ x^2y+xy^2=\dfrac{5}{2} \end{cases}$ có nghiệm là :

A. $(3;2);(-2;1)$. **B.** $(0;1),(1;0)$. **C.** $(0;2),(2;0)$. **D.** $\left(2;\dfrac{1}{2}\right);\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $S=x+y, P=xy\left(S^2-4P\geq 0\right)$

Ta có : $\begin{cases} S+P=\dfrac{7}{2} \\ SP=\dfrac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow S,P$ là nghiệm của phương trình $X^2-\dfrac{7}{2}X+\dfrac{5}{2}=0 \Leftrightarrow X=1; X=\dfrac{5}{2}$

Khi $S=1; P=\dfrac{5}{2}$ (loại)

Khi $S=\dfrac{5}{2}; P=1$ thì x,y là nghiệm của phương trình $X^2-\dfrac{5}{2}X+1=0 \Leftrightarrow X=2; X=\dfrac{1}{2}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\left(2;\dfrac{1}{2}\right);\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 28. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=5 \\ x^2+y^2+xy=7 \end{cases}$ có nghiệm là :

A. $(2;3)$ hoặc $(3;2)$.
B. $(1;2)$ hoặc $(2;1)$.
C. $(-2;-3)$ hoặc $(-3;-2)$.
D. $(-1;-2)$ hoặc $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $S=x+y, P=xy\left(S^2-4P\ge 0\right)$

Ta có : $\begin{cases} S+P=5 \\ S^2-P=7 \end{cases} \Rightarrow S^2-(5-S)=7 \Rightarrow S^2+S-12=0 \Rightarrow S=3; S=-4$

Khi $S=3 \Rightarrow P=2$ thì x,y là nghiệm của phương trình $X^2-3X+2=0 \Leftrightarrow X=1; X=2$

Khi $S=2 \Rightarrow P=3$ (loại)

Vậy hệ có nghiệm là $(1;2)$ hoặc $(2;1)$.

Câu 29. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=11 \\ x^2+y^2+3(x+y)=28 \end{cases}$ có nghiệm là :

A. $(3;2),(2;3)$.
B. $(-3;-7),(-7;-3)$.
C. $(3;2);(-3;-7)$.
D. $(3;2),(2;3),(-3;-7),(-7;-3)$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $S=x+y, P=xy\left(S^2-4P\ge 0\right)$

Ta có : $\begin{cases} S+P=11 \\ S^2-2P+3S=28 \end{cases} \Rightarrow S^2-2(11-S)+3S=28 \Rightarrow S^2+5S-50=0 \Rightarrow S=5; S=-10$

Khi $S=5 \Rightarrow P=6$ thì x,y là nghiệm của phương trình $X^2-5X+6=0 \Leftrightarrow X=2; X=3$

Khi $S=-10 \Rightarrow P=21$ thì x,y là nghiệm của phương trình

$X^2+10X+21=0 \Leftrightarrow X=-3; X=-7$

Vậy hệ có nghiệm $(3;2),(2;3),(-3;-7),(-7;-3)$.

Câu 30. Hệ phương trình $\begin{cases} x^3=3x+8y \\ y^3=3y+8x \end{cases}$ có nghiệm là $(x;y)$ với $x\ne 0$ và $y\ne 0$ là :

A. $\left(-\sqrt{11};-\sqrt{11}\right);\left(\sqrt{11};\sqrt{11}\right)$.
B. $\left(0;\sqrt{11}\right);\left(\sqrt{11};0\right)$.
C. $\left(-\sqrt{11};0\right)$.
D. $\left(\sqrt{11};0\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\begin{cases} x^3 = 3x + 8y \\ y^3 = 3y + 8x \end{cases} \Rightarrow x^3 - y^3 = -5x + 5y \Rightarrow (x-y)(x^2 + xy + y^2 + 5) = 0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x^2 + xy + y^2 + 5 = 0 \end{array}\right.$

Khi $x = y$ thì $x^3 - 11x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm\sqrt{11}$

Khi $x^2 + xy + y^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 + 5 = 0$ (phương trình vô nghiệm)

Vậy hệ có nghiệm $\left(-\sqrt{11}; -\sqrt{11}\right); \left(\sqrt{11}; \sqrt{11}\right)$.

Câu 31. Hãy chỉ ra các cặp nghiệm khác 0 của hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 = 5x - 2y \\ y^2 = 5y - 2x \end{cases}$

A. $(3;3)$.
B. $(2;2);(3;1);(-3;6)$.
C. $(1;1),(2;2),(3;3)$.
D. $(-2;-2),(1;-2),(-6;3)$

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\begin{cases} x^2 = 5x - 2y \\ y^2 = 5y - 2x \end{cases} \Rightarrow x^2 - y^2 = 7x - 7y \Rightarrow (x-y)(x+y-7) = 0$

Khi $x = y$ thì $x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$

Khi $y = 7 - x$ thì $x^2 - 7x + 14 = 0$ (phương trình vô nghiệm).

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(3;3)$.

Câu 32. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 6.
B. 4.
C. 2.
D. 0.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases} \Rightarrow x^2 - y^2 + y - x = 0 \Rightarrow (x-y)(x+y-1) = 0$

Khi $x = y$ thì $x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = 2$

Khi $y = 1 - x$ thì $x^2 - x + 7 = 0$ (phương trình vô nghiệm)

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm $(-3;-3)$ và $(2;2)$.

Câu 33. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 = 3x - y \\ y^2 = 3y - x \end{cases}$ có bao nhiêu cặp nghiệm $(x;y)$?

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $\begin{cases} x^2 = 3x - y \\ y^2 = 3y - x \end{cases} \Rightarrow x^2 - y^2 = 4x - 4yX \Rightarrow (x-y)(x+y-1) = 0$

Khi $x = y$ thì $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$

Khi $y=4-x$ thì $x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow x=2$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(0;0),(2;2)$.

Câu 34. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=4 \\ x^2+y^2=m^2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Hệ phương trình có nghiệm với mọi m.

B. Hệ phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow |m| \ge \sqrt{8}$.

C. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow |m| \ge 2$.

D. Hệ phương trình luôn vô nghiệm.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $\begin{cases} x+y=4 \\ x^2+y^2=m^2 \end{cases} \Rightarrow 4^2-2P=m^2 \Rightarrow P=\dfrac{16-m^2}{2}$

$\Rightarrow S^2-4P=16-2\left(16-m^2\right)=2m^2-16 \ge 0 \Leftrightarrow |m| \ge \sqrt{8}$.

Câu 35. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} 3x^2-4xy+2y^2=17 \\ y^2-x^2=16 \end{cases}$. Hệ thức biểu diễn x theo y rút ra từ hệ phương trình là ?

A. $x=\dfrac{y-2}{2}$ hay $x=\dfrac{y+2}{2}$.

B. $x=\dfrac{y-3}{2}$ hay $x=\dfrac{y+3}{2}$.

C. $x=\dfrac{y-1}{2}$ hay $x=\dfrac{y+1}{2}$.

D. $x=\dfrac{5}{13}y$ hay $x=\dfrac{3}{5}y$

Lời giải

Chọn .

Ta có :

$\begin{cases} 3x^2-4xy+2y^2=17 \\ y^2-x^2=16 \end{cases} \Rightarrow 16\left(3x^2-4xy+2y^2\right)=17\left(y^2-x^2\right) \Leftrightarrow 65x^2-64xy+15y^2=0$

$\Leftrightarrow (13x-5y)(5x-3y)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{13}y$ hay $x=\dfrac{3}{5}y$.

Câu 36. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=2m+1 \end{cases}$.Các giá trị thích hợp của tham số m để hệ phương trình có nghiệm nguyên là :

A. $m=0, m=-2$.

B. $m=1, m=2, m=3$.

C. $m=0, m=2$.

D. $m=1,\ m=-3, m=4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $D=m^2-1$, $D_x=m-1$, $D_y=2m^2+m-3$

Hệ phương trình có nghiệm $x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{1}{m+1}, y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{2m-1}{m+1}$

Hệ phương trình có nghiệm nguyên khi $m=0; m=-2$.

Câu 37. Các cặp nghiệm $(x;y)$ của hệ phương trình : $\begin{cases} |x|+2|y|=3 \\ 7x+5y=2 \end{cases}$ là :

A. $(1;1)$ hay $\left(\frac{11}{19};\frac{23}{19}\right)$. **B.** $(-1;-1)$ hay $\left(-\frac{11}{19};\frac{23}{19}\right)$.

C. $(1;-1)$ hay $\left(-\frac{11}{19};\frac{23}{19}\right)$. **D.** $(-1;1)$ hay $\left(\frac{11}{19};\frac{23}{19}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Khi $x,y\ge 0$ thì hệ trở thành $\begin{cases}x+2y=3\\7x+5y=2\end{cases}\Leftrightarrow x=-\frac{11}{9};y=\frac{19}{9}$ (loại)

Khi $x,y<0$ thì hệ trở thành $\begin{cases}-x-2y=3\\7x+5y=2\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{19}{9},y=\frac{-23}{9}$ (loại)

Khi $x\ge 0,y<0$ thì hệ trở thành $\begin{cases}x-2y=3\\7x+5y=2\end{cases}\Leftrightarrow x=1;y=-1$ (nhận)

Khi $x<0,y\ge 0$ thì hệ trở thành $\begin{cases}-x+2y=3\\7x+5y=2\end{cases}\Leftrightarrow x=-\frac{11}{19};y=\frac{23}{19}$ (nhận)

Câu 38. Nghiệm của hệ phương trình : $\begin{cases}xy+x+y=5\\x^2y+y^2x=6\end{cases}$ là:

A. $(1;2),(2;1)$. **B.** $(0;1),(1;\ 0)$. **C.** $(0;\ 2),(2;0)$. **D.** $\left(2;\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $S=x+y,P=xy\left(S^2-4P\ge 0\right)$

Ta có : $\begin{cases}P+S=5\\PS=6\end{cases}$

$\Rightarrow S,P$ là nghiệm của phương trình $X^2-5X+6=0\Leftrightarrow X=2;X=3$

Khi $S=2,P=3$ (loại)

Khi $S=3,P=2$ thì x,y là nghiệm phương trình $X^2-3X+2=0\Leftrightarrow X=1;X=2$

Vậy nghiệm của hệ là $(1;2),(2;1)$.

Câu 39. Cho hệ phương trình : $\begin{cases}2x^2+y^2+3xy=12\\2(x+y)^2-y^2=14\end{cases}$. Các cặp nghiệm dương của hệ phương trình là:

A. $(1;2),(\sqrt{2};\sqrt{2})$. **B.** $(2;1),(\sqrt{3};\sqrt{3})$. **C.** $\left(\frac{2}{3};3\right),\left(\sqrt{3},\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right),\left(\frac{\sqrt{2}}{3};\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\begin{cases}2x^2+y^2+3xy=12\\2(x+y)^2-y^2=14\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2+y^2+3xy=12\\2x^2+y^2+4xy=14\end{cases}\Rightarrow xy=2\Rightarrow y=\frac{2}{x}$

$\Rightarrow 2x^2+\frac{4}{x^2}+6=12\Leftrightarrow 2x^4-6x^2+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=1\\x^2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm1;x=\pm\sqrt{2}$

Vậy cặp nghiệm dương của hệ phương trình là $(1;2),(\sqrt{2};\sqrt{2})$.

Câu 40. Hệ phương trình $\begin{cases}x^3-3x=y^3-3y\\x^6+y^6=27\end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn .

Ta có : $x^3-3x=y^3-3y \Leftrightarrow (x-y)(x^2+xy+y^2)-3(x-y)=0$

$\Leftrightarrow (x-y)(x^2+xy+y^2-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x^2+xy+y^2-3=0 \end{array}\right.$

Khi $x=y$ thì hệ có nghiệm $\left(\pm\sqrt[6]{\dfrac{27}{2}};\pm\sqrt[6]{\dfrac{27}{2}}\right)$.

Khi $x^2+xy+y^2-3=0 \Leftrightarrow x^2+y^2=3-xy$, ta có

$x^6+y^6=27 \Leftrightarrow (x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)=27 \Rightarrow (3-xy)\left[(3-xy)^2-3x^2y^2\right]=27$

$\Leftrightarrow 3(xy)^3+27xy=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} xy=0 \\ (xy)^2=-9 \end{array}\right.$ (vô lí).

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 41. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x+\sqrt{y-1}=1 \\ 2y+\sqrt{x-1}=1 \end{cases}$ có bao nhiêu cặp nghiệm $(x;y)$?

A. 1. **B.** Vô nghiệm. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện : $x,y\ge 1$

Ta có : $\begin{cases} 2x+\sqrt{y-1}=1 \\ 2y+\sqrt{x-1}=1 \end{cases} \Rightarrow 2x-2y+\sqrt{y-1}-\sqrt{x-1}=0 \Rightarrow 2(x-y)+\dfrac{y-x}{\sqrt{y-1}+\sqrt{x-1}=0}$

$\Rightarrow (x-y)\left(2-\dfrac{1}{\sqrt{y-1}+\sqrt{x-1}}\right)=0$

Khi $x=y$ thì $2x+\sqrt{x-1}=1 \Rightarrow \sqrt{x-1}=1-2x \Leftrightarrow \begin{cases} x\le \dfrac{1}{2} \\ x-1=(1-2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le \dfrac{1}{2} \\ 4x^2-5x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=0$

Khi $\sqrt{y-1}+\sqrt{x-1}=\dfrac{1}{2}$ thì $2x+2y+\dfrac{1}{2}=2 \Rightarrow x+y=\dfrac{3}{4}$ (vô nghiệm vì $x,y\ge 1$)

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(0;0)$.

Câu 42. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m+1 \\ x^2y+y^2x=2m^2-m-3 \end{cases}$ và các mệnh đề :

(I) Hệ có vô số nghiệm khi $m=-1$.

(II) Hệ có nghiệm khi $m>\dfrac{3}{2}$.

(III) Hệ có nghiệm với mọi m .

Các mệnh đề nào đúng ?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (III) . **D.** Chỉ (I) và (III).

Lời giải

Chọn D.

Khi $m=-1$ thì hệ trở thành $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2y+y^2x=0 \end{cases} \Rightarrow$ hệ có vô số nghiệm $\Rightarrow (I)$ đúng.

Ta có: $\begin{cases} x+y=m+1 \\ x^2y+y^2x=2m^2-m-3 \end{cases} \Rightarrow xy(m+1)=2m^2-m-3 \Rightarrow xy=2m-3$

$\Rightarrow S^2-4P=(m+1)^2-4(2m-3)=m^2-6m+13>0, \forall m$ đúng.

Câu 43. Hệ phương trình $\begin{cases} 2xy+y^2-4x-3y+2=0 \\ xy+3y^2-2x-14y+16=0 \end{cases}$ có nghiệm là :

A. x bất kỳ, $y=2$; $x=1$, $y=3$

B. $x=3,\ y=2; x=3, y=-1; x=2, y=-\frac{1}{2}$.

C. $x=5, y=2; x=1, y=3; x=\frac{1}{2},\ y=2$.

D. $x=4, y=2; x=3, y=1; x=2, y=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\begin{cases} 2xy+y^2-4x-3y+2=0 \\ xy+3y^2-2x-14y+16=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2xy+y^2-4x-3y+2=0 \\ 2xy+6y^2-4x-28y+32=0 \end{cases} \Rightarrow 5y^2-25y+30=0$

$\Rightarrow y=3; y=2$

Khi $y=3$ thì $x=1$.

Khi $y=2$ thì x tuỳ ý.

Câu 44. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2a+1 \\ x^2+y^2=a^2-2a+3 \end{cases}$. Giá trị thích hợp của tham số a sao cho hệ có nghiệm $(x;y)$ và tích $x.y$ nhỏ nhất là :

A. $a=1$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=2$. **D.** $a=-2$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $S=x+y, P=xy\left(S^2-4P\geq 0\right)$

Ta có : $\begin{cases} S=2a+1 \\ S^2-2P=a^2-2a+3 \end{cases} \Rightarrow P=\frac{3a^2+6a-2}{2}$

Hệ phương trình có nghiệm khi $S^2-4P\geq 0 \Leftrightarrow (2a+1)^2-2\left(3a^2+6a-2\right)\geq 0$

$\Leftrightarrow 5a^2-8a-2\geq 0$

$P=\frac{3}{2}\left(a^2+2a+\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}\left((a+1)^2-\frac{1}{2}\right)\geq -\frac{3}{4}$

Đẳng thức xảy ra khi $a=-1$ (nhận).

Câu 45. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} (a+b)x+(a-b)y=2 \\ \left(a^3+b^3\right)x+\left(a^3-b^3\right)y=2\left(a^2+b^2\right) \end{cases}$

Với $a\neq \pm b$, $a.b\neq 0$, hệ có nghiệm duy nhất bằng :

A. $x=a+b, y=a-b$. **B.** $x=\frac{1}{a+b}, y=\frac{1}{a-b}$.

C. $x=\frac{a}{a+b}, y=\frac{b}{a+b}$. **D.** $x=\frac{a}{a-b}, y=\frac{b}{a-b}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có : $D=(a+b)(a^3-b^3)-(a^3+b^3)(a-b)=2ab(a^2-b^2)$

$D_x=2(a^3-b^3)-2(a^2+b^2)(a-b)=2ab(a-b)$

$D_y=(a-b)2(a^2+b^2)-2(a^3-b^3)=2ab(a+b)$

Hệ có nghiệm $x=\frac{D_x}{D}=\frac{1}{a+b};y=\frac{D_y}{D}=\frac{1}{a-b}$.

Câu 46. Cho hệ phương trình : $\begin{cases}2x-y=2-a\\x+2y=a+1\end{cases}$. Các giá trị thích hợp của tham số a để tổng bình phương hai nghiệm của hệ phương trình đạt giá trị nhỏ nhất :

A. $a=1$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=\frac{1}{2}$. **D.** $a=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $\begin{cases}2x-y=2-a\\x+2y=a+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x-2y=4-2a\\x+2y=a+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{5-a}{5}\\y=\frac{3a}{5}\end{cases}$

$\Rightarrow x^2+y^2=\left(\frac{5-a}{5}\right)^2+\frac{9a^2}{25}=\frac{10a^2-10a+25}{25}=\frac{1}{5}(2a^2-2a+5)=\frac{1}{5}\left(\left(\sqrt{2}a-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{9}{2}\right)\geq\frac{9}{10}$

Đẳng thức xảy ra khi $a=\frac{1}{2}$.

Câu 47. Cho hệ phương trình : $\begin{cases}mx-(m+1)y=3m\\x-2my=m+2\\x+2y=4\end{cases}$. Để hệ phương trình có nghiệm, giá trị thích hợp của tham số m là

A. $m=\frac{5}{2}$. **B.** $m=-\frac{5}{2}$. **C.** $m=\frac{2}{5}$. **D.** $m=-\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $D=-2m^2+m+1$, $D_x=-5m^2+3m+2$, $D_y=m^2-m$

Hệ phương trình có nghiệm khi $D\neq 0\Leftrightarrow m\neq 1;m\neq-\frac{1}{2}$

Nghiệm của hệ là $x=\frac{D_x}{D}=\frac{-5m+2}{-2m+1};y=\frac{D_y}{D}=\frac{m}{-2m+1}$

Thế vào phương trình $x+2y=4$ ta được $\frac{-5m+2}{-2m+1}+\frac{2m}{-2m+1}=4\Leftrightarrow m=\frac{2}{5}$.

Câu 48. Cho hệ phương trình : $\begin{cases}mx+(m+2)y=5\\x+my=2m+3\end{cases}$. Để hệ phương trình có nghiệm âm, giá trị cần tìm của tham số m là :

A. $m<2$ hay $m>\frac{5}{2}$. **B.** $2<m<\frac{5}{2}$.

C. $m<-\frac{5}{2}$ hay $m>-2$. **D.** $-\frac{5}{2}<m<-1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $D=m^2-m-2$, $D_x=-2m^2-2m-6$, $D_y=2m^2+3m-5$

Hệ phương trình có nghiệm khi $D\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -1; m\neq 2$

Hệ có nghiệm $x=\dfrac{-2m^2-2m-6}{m^2-m-2}, y=\dfrac{2m^2+3m-5}{m^2-m-2}$

Hệ phương trình có nghiệm âm khi $\begin{cases} m^2-m-2>0 \\ 2m^2+3m-5<0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>2 \end{array}\right. \cap -\frac{5}{2}<m<1$

$\Leftrightarrow -\frac{5}{2}<m<-1$.

Câu 49. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} 2x^2+xy-y^2=0 \\ x^2-xy-y^2+3x+7y+3=0 \end{cases}$. Các cặp nghiệm $(x;y)$ sao cho x,y đều là các số nguyên là :

A. $(2;-2),(3;-3)$. **B.** $(-2;2),(-3;3)$. **C.** $(1;-1),(3;-3)$. **D.** $(-1;1),(-4;4)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $(1) \Leftrightarrow (x+y)(2x-y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-y \\ 2x=y \end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $x=-y$ thay vào (2) ta được $x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$. Suy ra hệ phương trình có hai nghiệm là $(1;-1)$, $(3;-3)$.

Trường hợp 2: $2x=y$ thay vào (2) ta được $-5x^2+17x+3=0$ phương trình nay không có nghiệm nguyên.

Vậy các cặp nghiệm $(x;y)$ sao cho x,y đều là các số nguyên là $(1;-1)$ và $(3;-3)$.

Câu 50. Nếu $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-4xy+y^2=1 \\ y-4xy=2 \end{cases}$. Thì xy bằng bao nhiêu ?

A. 4. **B.** –4.

C. 1. **D.** Không tồn tại giá trị của xy.

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $(1) \Leftrightarrow x^2-4xy+y^2=1 \Rightarrow \begin{cases} (x-y)^2=1+2xy \\ (x+y)^2=1+6xy \end{cases}$.

$(2) \Leftrightarrow y-3xy=4 \Leftrightarrow (x+y)-(x-y)-8xy-4=0$

$\Leftrightarrow (x+y)-(x+y)^2-(x-y)-(x-y)^2-2=0 \Leftrightarrow \left(x+y-\frac{1}{2}\right)^2+\left(x-y+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}=0$ không có giá trị của x, y thỏa nên không tồn tại xy.